

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова

**Ю. М. Кіпрєєв, Д. Ю. Іванов**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ  
З ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН**

*Рекомендовано Методичною радою НУК*

Миколаїв 2007

УДК 531.8(075.8)

**Кіпрєєв Ю.М., Іванов Д.Ю.** Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з теорії механізмів і машин. – Миколаїв: НУК, 2007. – 44 с.

*Кафедра механіки і конструювання машин*

Подано методику виконання лабораторних робіт з теорії механізмів і машин. Наведено найбільш поширені роботи: структурний аналіз та синтез плоских механізмів, кінематичне дослідження важільних механізмів, визначення інерційних характеристик механізмів. Викладено скорочені теоретичні відомості, описи лабораторного обладнання, порядок виконання робіт, а також контрольні запитання до кожної з робіт.

Призначені для студентів машинобудівного інституту.

*Рецензент* канд. техн. наук, доц. О.І. Тарасенко

## **ПЕРЕДМОВА**

Курс теорії механізмів і машин (ТММ) закладає базу інженерних знань майбутніх фахівців, що потрібні при проектуванні будь-якої конструкції та експлуатації різноманітного обладнання.

На сьогодні в Україні видана ще незначна кількість підручників та навчальних посібників з ТММ державною мовою. Студенти вивчають цей курс, користуючись російськомовною літературою, що забезпечує теоретичну підготовку студентів і містить у собі матеріал, який відповідає сучасним вимогам до підготовки майбутніх інженерів.

Проте студентам бракує достатніх навичок та вміння використати одержані знання на практиці в процесі виконання проектних та науково-дослідних робіт. Підготовка у цьому напрямку може бути забезпечена головним чином практичними заняттями та навичками, які студенти набудуть під час виконання лабораторних робіт.

У даному практикумі розглядаються найбільш поширені теми робіт: структурний аналіз плоских механізмів, кінематичне дослідження важільних механізмів, визначення інерційних характеристик механізмів.

## **1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ**

Дослідження або проектування будь-якої рухомої конструкції розпочинається зі складання її кінематичної схеми. Кінематична схема – це умовне зображення рухомої конструкції, на якому в спроще-

ному вигляді вказані елементи, що впливають на її кінематичні характеристики.

Структурною одиницею рухомої конструкції є ланка. Ланка – це одна або група жорстко з'єднаних між собою деталей зі спільним законом руху. Наприклад, шатун складається зі штоку, з'єднуючих болтів, гайок, шайб тощо. Однак усі його деталі з'єднані так, що виключається взаємне зміщення, тому рухаються вони як одне тверде тіло.

Кінематичний ланцюг утворюється з ланок, що поєднані кінематичними парами. Кінематична пара – це рухоме з'єднання двох контактуючих між собою ланок. Поверхні, лінії або точки, по яким відбувається дотикання двох ланок, що утворюють кінематичну пару, називаються елементами кінематичних пар.

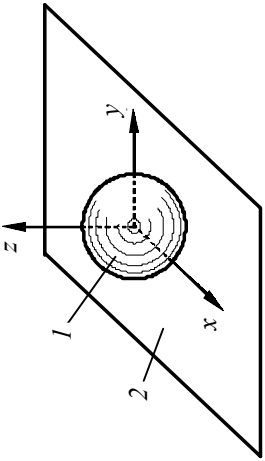
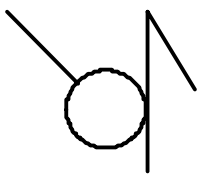
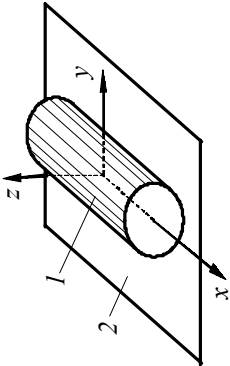
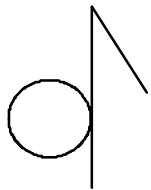
Кінематичні пари класифікують за кількістю умов зв'язку  $S$ , які накладено на відносний рух ланок, або згідно з кількістю  $H$  ступенів вільності у цьому русі,  $S = 6 - H$ . Усі кінематичні пари поділено на п'ять класів, номер кожного з них відповідає кількості умов зв'язку. Кількість кінематичних пар у ланцюзі позначається літерою  $p_i$ , індекс  $i$  якої дорівнює кількості умов зв'язку  $S$  або класу пари. За видами елементів кінематичні пари поділяють на вищі та нижчі. У нижчих парах контакт ланок відбувається по поверхні, у вищих – по лінії або в точці (табл. 1.1).

Усі кінематичні ланцюги бувають плоскі та просторові. У плоскому ланцюзі при закріпленні однієї ланки всі інші здійснюють плоский рух, паралельний одній площині, у просторовому – траєкторії їх руху будуть повільно розташовуватися у просторі.

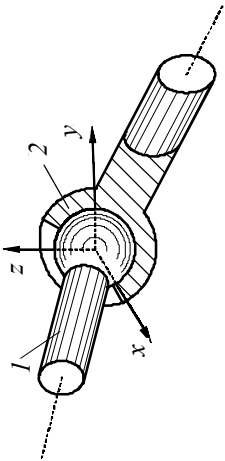
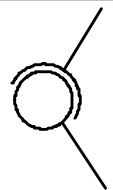
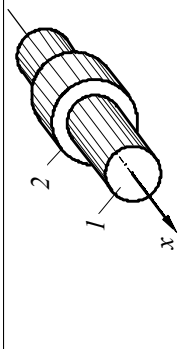
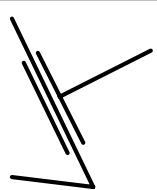
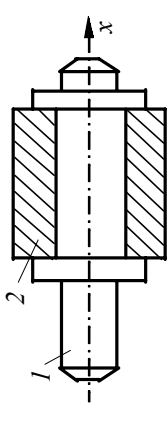
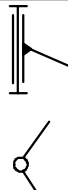
Кінематичні ланцюги також поділяються на прості та складні, незамкнені та замкнені. Якщо в ланцюзі кожна ланка утворює з іншими не більше двох кінематичних пар, то він називається простим (рис. 1.1, **а, в**), якщо більше двох, – складним (рис. 1.1, **б, з, д**). Незамкнений ланцюг містить у собі ланки, які входять до однієї пари (див. рис. 1.1, **а, б, з**), а у замкненому всі ланки належать до двох або більше пар (див. рис. 1.1, **в, д**).

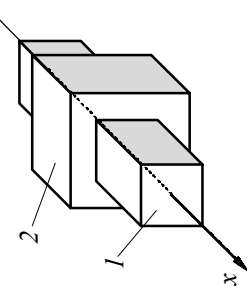
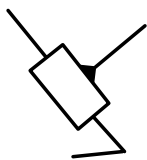
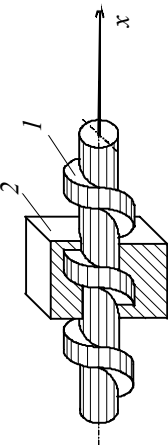
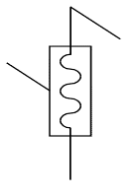
До кінематичних ланцюгів належать механізми, складені з твердих тіл. До таких механізмів можна використовувати класичне визначення: це замкнений кінематичний ланцюг із впорядкованим з'єднанням ланок, одна з яких – нерухомий стояк; кількість ступенів вільності цього ланцюга дорівнює кількості узагальнених координат, які визначають його положення відносно стояка.

Таблиця 1.1. Види кінематичних пар

Номер пари	Схематичне зображення кінематичної пари	Умовне позначення	Клас пари	К-сть умов зв'язку	К-сть можливих рухів	Вид кінематичної пари	
						за типом пари	за елементів розташуванням
1			I	1	5	Вища	Просторова
2			II	2	4	Вища	Просторова

Продовж. табл. 1.1

Номер пари	Схематичне зображення кінематичної пари	Умовне позначення	Клас пари	К-сть умов зв'язку	К-сть можливих рухів	Вид кінематичної пари	
						за типом пари	за елементів розташуванням
3			III	3	3	Нижча	Просторова
4			IV	4	2	Нижча	Просторова
5			V	5	1	Нижча	Плоска

6			V	5	1	Нижча	Плоска
7			V	5	1	Нижча	Просторова

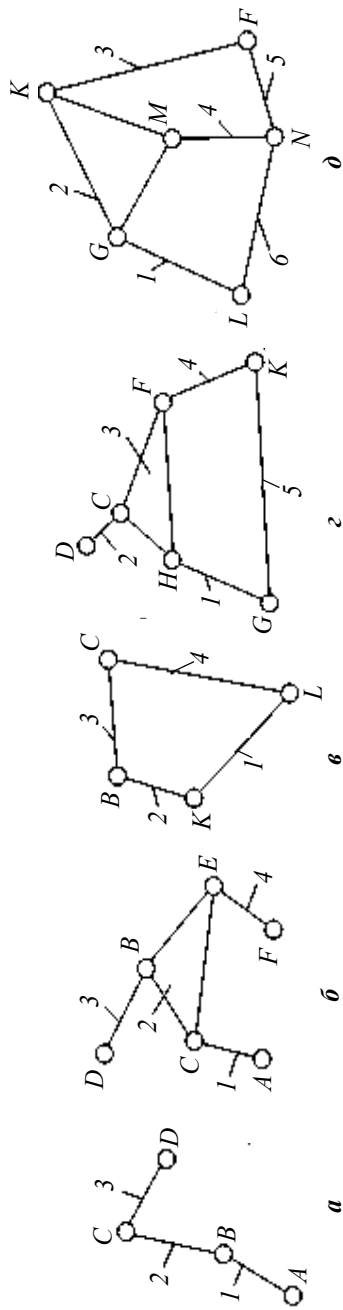


Рис. 1.1. Види кінематичних ланцюгів

Характер руху механізму визначається розмірами ланок, послідовністю їх з'єднання, конструкцією кінематичних пар. Кількість ступенів свободи або ступінь рухомості механізму визначається за виразом  $w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$ , де  $n$  – кількість рухомих ланок механізму. Більша частина кінематичних схем механізмів має деяку кількість  $q$  загальних або збіжних умов зв'язку, тому підрахування ступеня рухомості повинно виконуватися за умовою їх віднімання з усіх коефіцієнтів наведеної залежності. Наприклад, для плоских механізмів  $q = 3$ , тому ступінь рухомості визначається за формулою П.Л. Чебишова  $w = 3n - 2p_5 - p_4$ . Ступінь рухомості відповідає кількості узагальнених (незалежних) координат, які повністю характеризують будь-яке положення механізму. Найбільш розповсюджені в техніці механізми мають один ступінь рухомості. Найпростіший механізм – дволанковий (рис. 1.2).

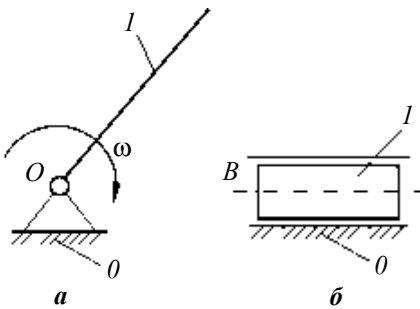


Рис. 1.2. Початкові механізми з обертальною (а) та поступальною (б) кінематичними парами

У 1914 році проф. Л.В. Ассур сформулював принцип створення механізмів. Згідно з ним будь-який механізм може бути створений шляхом приєднання до початкового механізму (див. рис. 1.2) кінематичних ланцюгів, які не змінюють ступінь його рухомості (рис. 1.3). Такі кінематичні ланцюги було названо структурними групами, або групами Ассура. Вони характеризуються тим, що після

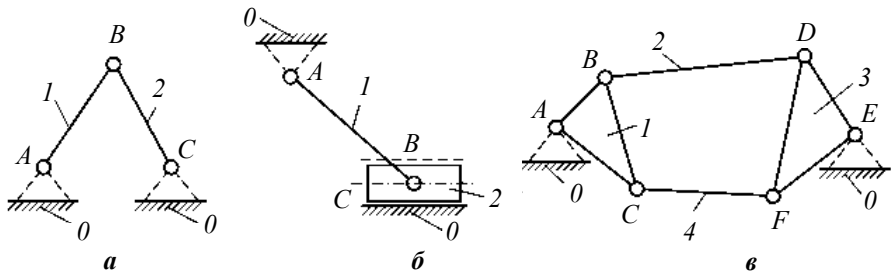


Рис. 1.3. Групи Ассура після приєднання їх елементами вільних пар до стояка (нульової ланки)



приєднання вільними (зовнішніми) елементами кінематичних пар до стояка ступінь їх рухомості стає нульовим, тобто такий ланцюг перетворюється на ферму. В такому разі  $w = 3n - p_5 = 0$  і  $p_5 = 3n/2$ . Оскільки кількість кінематичних пар  $p_5$  може бути тільки цілим числом, кількість рухомих ланок у групі Ассур  $n$  завжди повинна бути парною. Необхідно зауважити, що процес створення складної кінематичної схеми будь-якого механізму називається структурним синтезом і розпочинається з приєднання структурних груп до одного або кількох найпростіших механізмів. Механізм, до складу якого входять стояк  $0$  і рухома ланка  $1$  (див. рис. 1.2), називається початковим. Кількість початкових механізмів у складі кінематичного ланцюга завжди дорівнює його ступеню рухомості.

Зворотній процес, в якому складний кінематичний ланцюг розкладається на структурні групи та початкові механізми, називається структурним аналізом. У процесі його виконання зустрічаються особливі випадки.

1. Наявність пасивних (надлишкових) зв'язків, які не впливають на кінематику (рух) механізму, але викликають статичну невизначеність. Іноді зайвий зв'язок свідомо впроваджують до складу механізму для підвищення його жорсткості або для усунення невизначеності руху ланок у деяких положеннях. Наприклад, у механізмі подвійного паралелограма (рис. 1.4,*а*) за умов, що  $AB = CD$ ,  $AD = FE = BC$  і  $AF = DE$  справжній ступінь рухомості  $w = 1$ , хоча за формулою Чебишова  $w = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$ . Тільки вилучивши з механізму надлишкову ланку з двома кінематичними парами, можна одержати вірне значення  $w = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$ . Слід підкреслити: коли означені геометричні умови не виконуються, то механізм дійсно перетворюється на ферму (див. рис. 1.4,*б*).

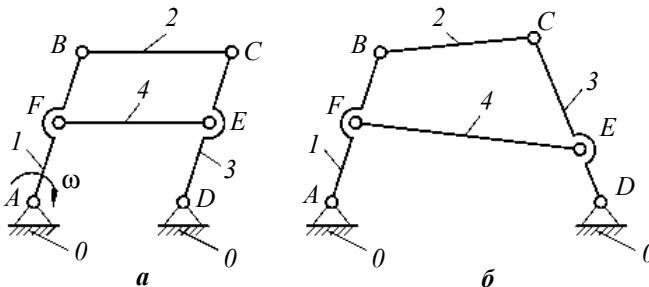


Рис. 1.4. Механізм із пасивними зв'язками (*а*) та статично визначена ферма (*б*)

2. Поява зайвого ступеня рухомості (рис. 1.5,*а*)  $w = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$ . Другий ступінь рухомості створює допоміжне обертання котка 2 ідеальної циліндричної форми навколо своєї геометричної осі, що не впливає на закон руху штовхача. Застосування такого котка дозволяє зменшити тертя та знос робочих поверхонь ланок 1 та 3. Другий ступінь стане діючим, якщо форма котка буде відрізнятися від циліндричної, або вісь обертання зміститься відносно геометричної осі (див. рис. 1.5,*б*).

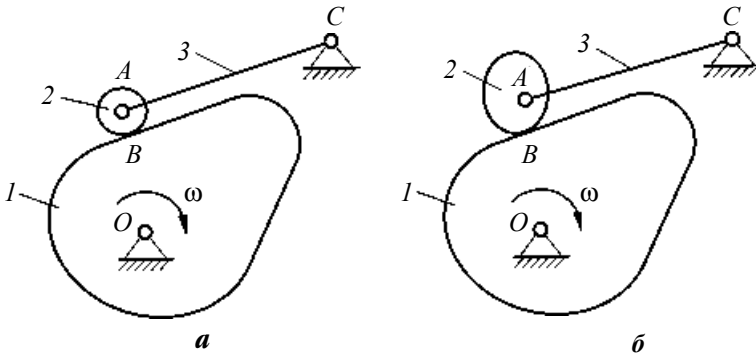


Рис. 1.5. Механізми із зайвим ступенем (*а*) та з двома ступенями рухомості (*б*)

3. Складний шарнір, який об'єднує більше двох ланок. Число пар, що входить до його складу, на одиницю менше кількості ланок, які з'єднуються в ньому (рис. 1.6). У даному випадку шарнір *C* (*D*) поєднує три ланки, тому кількість пар у його складі  $p_5 = 3 - 1 = 2$ .

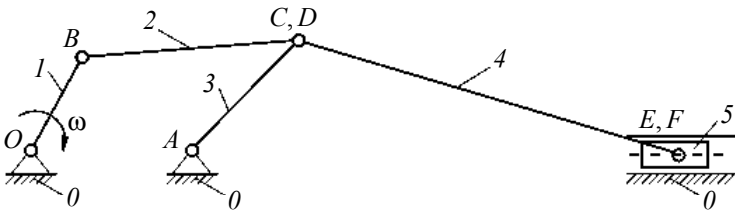


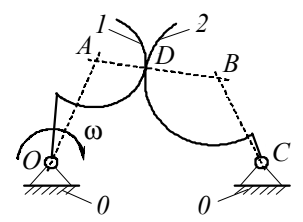
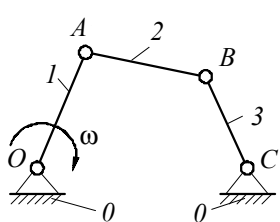
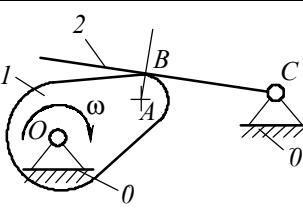
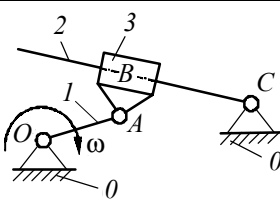
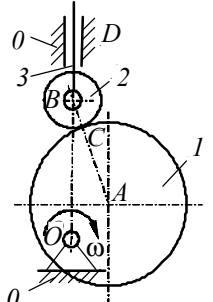
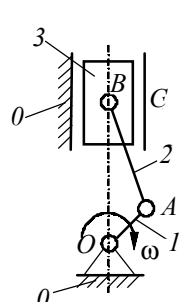
Рис. 1.6. Структурна схема механізму зі складним шарніром

Структурний аналіз заданого механізму полягає у розкладанні його кінематичного ланцюга на структурні групи та початкові механізми. Цей аналіз можна зробити тільки для схем, в яких немає пасивних зв'язків та зайвих ступенів рухомості. Кількість ступенів руху в такому ланцюзі дорівнює кількості початкових механізмів.

При наявності в механізмі пасивних зв'язків та зайвих ступенів рухомості їх необхідно попередньо вилучити зі схеми.

Структурний аналіз виконується для механізмів із нижчими парами, які називаються важільними. Тому механізми з вищими парами потрібно замінити еквівалентними важільними механізмами. Задля цього кожна вища пара замінюється структурно та кінематично еквівалентною ланкою з двома кінематичними парами V класу. У центрах кривини плоских кривих у точці їх контакту розташовуються центри умовно замінюючих вищу пару шарнірів. Якщо замість кривої буде пряма лінія, тоді шарнір перетворюється на поступальну пару. В табл. 1.2 наведено приклади заміни механізмів з вищими парами на миттєво еквівалентні важільні механізми.

Таблиця 1.2. Приклади заміни вищих пар нижчими

№ з/п	Механізм із вищою парою	Замінюючий механізм
1		
2		
3		

Структурною класифікацією механізмів називається розділення їх на групи з визначенням класів груп за спільністю структури та конструктивного оформлення. Класифікація механізмів за їхньою структурою є одним з основних розділів ТММ, який дозволяє створити єдині методи кінематичного та кінетостатичного дослідження для кожного класу механізмів і дає можливість оцінити міру їх складності.

Як вище було зазначено, число ланок у групі Ассура повинно бути парним, а кількість пар V класу кратною трьом. Можливі наступні сполучення кількостей ланок і кінематичних пар у складі структурних груп:

$n$	2	4	6	8	...
$p_5$	3	6	9	12	...

Групи Ассура поділяються на класи, порядки та види. Номер класу групи дорівнює кількості кінематичних пар, які входять у замкнений контур, утворений внутрішніми кінематичними парами. Виключення складають двоповідцеві групи, котрі віднесені до II класу і мають п'ять видів. Порядок групи Ассура визначається кількістю вільних елементів кінематичних пар, якими вона приєднується до механізму.

Вихідний (первісний) механізм, який складається з кривошипа  $l$  і стояка  $0$  (див. рис. 1.2), є механізмом I класу першого порядку. Найпростіша структурна група складається з двох ланок (повідців) і є групою II класу другого порядку. Вид групи залежить від кількості та взаємного розташування елементів обертальних та поступальних пар, які входять до неї (рис. 1.7). Групи Ассура третього та більш високих класів за видами не розрізняються. Вони можуть створюватися шляхом розвитку одного з повідців групи нижчого класу в базисну ланку групи більш високого класу. Наприклад, розвитком повідця 2 (рис. 1.8,*а*) у базисну ланку 2 (див. рис. 1.8,*б*) одержана група III класу третього порядку. На рис. 1.8,*в* показано групу IV класу другого порядку. Клас цієї групи дорівнює кількості внутрішніх пар, що утворюють рухомий чотиристоронній контур, порядок – кількості зовнішніх (вільних) пар, за допомогою яких група приєднується до механізму.

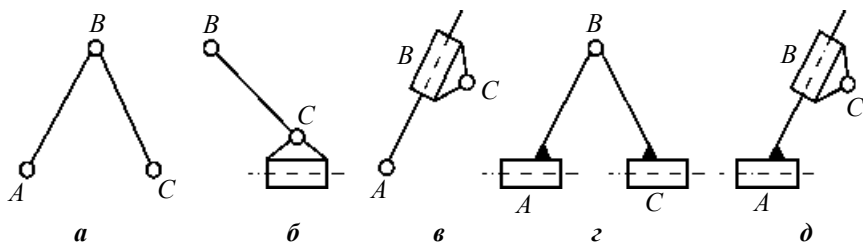


Рис. 1.7. Групи Ассура II класу різних видів:

*a* – першого; *б* – другого; *в* – третього; *г* – четвертого; *д* – п'ятого

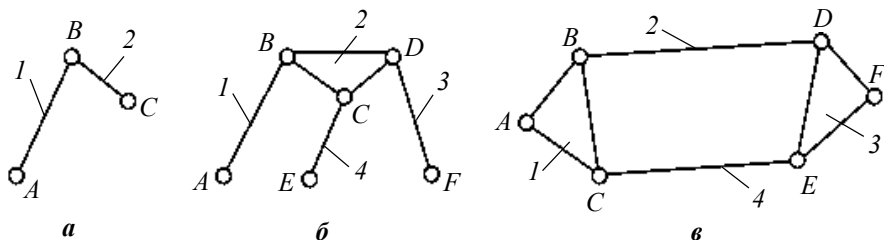


Рис. 1.8. Групи Ассура різних класів:

*a* – другого; *б* – третього; *в* – четвертого

Клас механізму визначається найвищим класом груп Ассура, що входять до його складу. Структура механізму може бути визначена у вигляді структурної формули або формули будови механізму. В цій формулі римськими цифрами позначаються початкові механізми, арабськими – класи груп у порядку їх приєднання до початкових механізмів. Нижні індекси при цифрах відповідають номерам ланок, які утворюють початкові механізми та структурні групи Ассура. Наприклад, для схеми на рис. 1.6 ця формула має вигляд:  $I_{(0,1)} \rightarrow 2_{(2,3)} \rightarrow 2_{(4,5)}$ . Розташування позначень груп у формулі відповідає черговості їх приєднання до початкового механізму. Таким чином, цей механізм є механізмом II класу, оскільки до його структури ввійшли групи Ассура з номером не більше за другий.

# Лабораторна робота № 1. СКЛАДАННЯ ТА АНАЛІЗ КІНЕМАТИЧНИХ СХЕМ ДІЮЧИХ МОДЕЛЕЙ МЕХАНІЗМІВ

*Мета роботи:* ознайомлення з конструкцією моделі та особливостями руху її ланок; складання кінематичної схеми механізму з урахуванням умовних позначень, що прийняті при зображенні кінематичних схем; виконання структурного аналізу кінематичної схеми.

Для проведення робіт використовується набір діючих моделей різних механізмів. Студент повинен попередньо ознайомитися з основними теоретичними відомостями та правилами безпечного виконання роботи. При виконанні будь-якої роботи необхідно дотримуватися цих умов.

## Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з виданою моделлю механізму і привести її до руху. Простежити рух окремих ланок та встановити послідовність передачі руху від однієї ланки до інших.

2. Установити в залежності від відносного руху ланок механізму, які з них складають кінематичні пари з нерухомою ланкою (стояком), елементи і відношення кінематичних пар до вищих або нижчих, вид відносного руху в парах V класу (поступальний, обертальний або гвинтовий).

3. Скласти кінематичну схему механізму.

При оформленні звіту рекомендується дотримуватися таких положень:

а) стояк як конструкцію на схемі не зображати, показувати тільки елементи кінематичних пар (точки, лінії), за допомогою яких інші ланки приєднуються до нього;

б) ланка зображується за допомогою прямих ліній або умовних позначень (див. табл. 1.2);

в) положення ведучої ланки механізму вибирається таким, щоб кінематична схема (план механізму) для нього могла надати повну інформацію про його структуру;

г) усі ланки механізму нумеруються арабськими цифрами, а кінематичні пари – латинськими літерами, складається перелік усіх пар з інформацією про склад пари, її клас та позначення на схемі.

4. При наявності у механізмі вищої кінематичної пари необхідно також зобразити замінюючий важільний механізм (див. табл. 1.2).

5. Підрахувати ступінь рухомості механізму за формулою Чебишова.

6. Виключити пасивні зв'язки та зайві ступені вільності, якщо вони мають місце у наданому механізмі.

7. Структурний аналіз механізму необхідно розпочинати з відокремлення крайніх по відношенню до ведучої ланки груп Асура. При кожному відокремленні групи треба перевіряти ступінь рухомості кінематичного ланцюга, який залишився після цього. Коли буде відокремлено останню групу, повинні залишитися початкові механізми у кількості, яка дорівнює ступеню рухомості досліджуваного механізму.

8. Визначається клас та порядок груп механізму, складається формула його побудови.

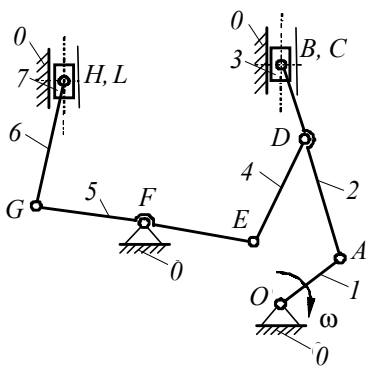
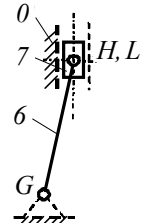
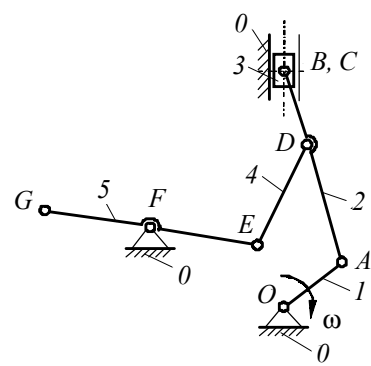
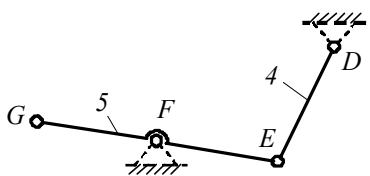
9. Визначається клас усього механізму.

## *Лабораторна робота № 2. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ КІНЕМАТИЧНИХ СХЕМ МЕХАНІЗМІВ*

*Мета роботи:* ознайомлення з особливостями складу кінематичних схем та правилами їх креслення і складання; виконання структурного аналізу кінематичної схеми.

Для проведення роботи на відміну від попередньої використовується набір планшетів із різноманітними кінематичними схемами. Оскільки мета обох робіт співпадає, вони виконуються в однаковому порядку. Під час цієї роботи студент повинен закріпити набуті знання і навички та навчитися відрізняти кінематичні схеми від інших схем і реальних конструкцій механізмів. Після ознайомлення зі схемою та креслення її на аркуші необхідно виписати кінематичні пари, а потім підрахувати ступінь рухомості та розпочати структурний аналіз схеми. При відокремленні чергової структурної групи слід перевіряти правильність цього відокремлення та проводити розрахунок ступеня рухомості кінематичної схеми, що залишилася. Цей результат не може відрізнитися від ступеня рухомості вихідного механізму. Етапи виконання роботи можна оформити у вигляді таблиці (табл. 1.3). Наприкінці звіту з дослідження наданої схеми робиться висновок щодо її класу та призначення.

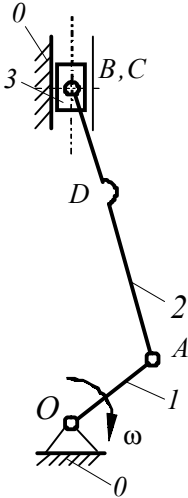
Таблиця 1.3. Послідовність виконання структурного аналізу важільного механізму

<p>Вихідна кінематична схема механізму Дізеля (<math>n = 7; p_5 = 10; p_4 = 0</math>)</p>  <p>Ступінь рухомості: <math>w = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 1</math></p>	<p>Структурна група II класу другого виду (<math>n = 2; p_5 = 3</math>)</p>  <p>Ступінь рухомості: <math>w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0</math></p>
<p>Залишковий механізм після відокремлення першої групи (<math>n = 5; p_5 = 7</math>)</p>  <p>Ступінь рухомості: <math>w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1</math></p>	<p>Структурна група II класу першого виду (<math>n = 2; p_5 = 3</math>)</p>  <p>Ступінь рухомості: <math>w = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0</math></p>



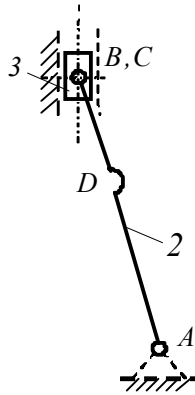
Продовж. табл. 1.3

Залишковий механізм після відокремлення другої групи ( $n = 5; p_5 = 7$ )



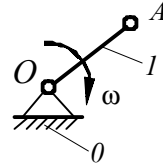
Ступінь рухомості:  
 $w = 3n - 2p_5 =$   
 $= 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$

Структурна група II класу другого виду ( $n = 2; p_5 = 3$ )



Ступінь рухомості:  
 $w = 3n - 2p_5 =$   
 $= 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$

Початковий механізм I класу ( $n = 1; p_5 = 1$ )



Ступінь рухомості:  
 $w = 3n - 2p_5 =$   
 $= 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$

Розглянемо процес виконання роботи на конкретному прикладі структурного аналізу кінематичної схеми механізму Дізеля (рис. 1.9). При зображенні схеми слід дотримуватися вимог до оформлення кінематичних схем (див. табл. 1.3) і не переносити на неї всі конструктивні особливості моделі схеми на планшеті (див. рис. 1.9). У таблиці послідовно показано всі етапи структурного аналізу і надано відповідні розрахунки. За результатами цього аналізу одержано формулу складу механізму Дізеля, модель якого показано на рис. 1.9:

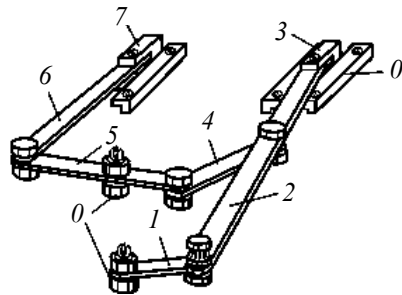


Рис. 1.9. Модель кінематичної схеми

$I_{(0,1)} \rightarrow 2_{(2,3)} \rightarrow 2_{(4,5)} \rightarrow 2_{(6,7)}$ . Таким чином, проведений структурний аналіз кінематичної схеми на рис. 1.9 показав, що вона є моделлю кінематичної схеми механізму II класу.

Після виконання роботи студент повинен оформити звіт.

Для підготовки до захисту рекомендується ознайомитися з приблизним переліком запитань до цієї теми.

### Запитання для самоконтролю

1. Що таке кінематична пара?
2. Що називається кінематичною ланкою?
3. Як класифікуються кінематичні пари?
4. Який ланцюг називають кінематичним?
5. Чим відрізняються нижчі кінематичні пари від вищих?
6. Чому існують тільки п'ять класів кінематичних пар, а шостого не може бути?
7. Що розуміють під поняттям елемента кінематичної пари?
8. Скільки умов зв'язку може бути накладено на відносний рух ланок, які входять у кінематичну пару?
9. Що розуміють під кількістю ступенів рухомості кінематичного ланцюга?
10. Що визначає структурна формула кінематичного ланцюга?
11. В якому випадку кінематичний ланцюг буде механізмом?
12. Чи може бути ступінь рухомості механізму більше за одиницю?
13. При яких умовах з'являються пасивні зв'язки?
14. Що таке зайві ступені вільності (руху)?
15. Наведіть приклади механізмів із зайвими ступенями вільності.
16. Які умови повинні виконуватися при заміні у механізмах вищих пар нижчими?
17. Які механізми названі важільними?
18. Наведіть приклади простіших важільних механізмів.
19. Який механізм називається початковим механізмом I класу?
20. Роз'ясніть суть основного принципу утворення механізмів.
21. Що являє собою структурна група?
22. У чому полягає відзнакова особливість груп Ассура (структурних груп)?

23. Скільки ланок повинно бути у групах Ассура?
24. Чим визначається клас груп Ассура?
25. Як записується структурна формула механізму?
26. Як визначається клас механізму?

## 2. СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

Синтез механізмів ставить за мету проектування механізму вибраної структури за відомими динамічними та кінематичними умовами.

Довжини ланок, а також координати нерухомих шарнірів і напрямних механізму залежать від ряду геометричних і кінематичних параметрів його руху. Ці параметри повинні забезпечити виконання заданого робочого процесу і, крім того, працездатність механізму.

### 2.1. Кривошипно-повзунний механізм

Він застосовується у двигунах внутрішнього згоряння, компресорах, насосах, пресах. В основному поширений центральний механізм, у якому вісь руху повзуна *3* проходить через вісь обертання кривошипа *1* (рис. 2.1).

Нехай  $R = l_{OA}$  і  $L = l_{AB}$ . Задано частоту обертання  $n$  (об/хв) кривошипа *OA*, середню швидкість  $V_B^{ср} = c_m$  (м/с) повзуна *B*, а також співвідношення розмірів  $\lambda = R/L$ .

Тоді довжини ланок механізму можна визначити з виразів

$$R = \frac{15c_m}{n} \text{ м}; \quad L = \frac{R}{\lambda} \text{ м.}$$

Параметр  $\lambda$  звичайно задається у границях  $\frac{1}{5} \leq \lambda \leq \frac{1}{3}$ , аби не допустити заклинювання в поступальній парі шатун–повзун

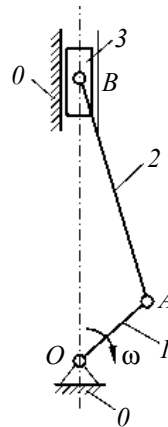


Рис. 2.1. Центральний кривошипно-повзунний механізм



що в  $\Delta O_1 B_1 D$  катет  $B_1 D$  має значення  $l_{B_1 D} = H/2$ , знайдемо довжину куліси:

$$L = l_{O_1 B} \frac{H}{2 \sin \frac{\theta}{2}}.$$

Вісь обертання кривошипа  $O$  доцільно розташувати якомога подальше від точки  $O_1$ , оскільки це зменшує зусилля в кінематичних парах і підвищує коефіцієнт корисної дії механізму. Передбачаючи деякий конструктивний розмір  $a_0$ , що дозволяє каменю куліси проходити під напрямними повзуна  $C$ , матимемо

$$a = l_{OO_1} = \frac{L \cos \frac{\theta}{2} - \alpha_0}{1 + \sin \frac{\theta}{2}},$$

а радіус кривошипа  $R = l_{OA}$  знаходимо з трикутника  $\Delta O_1 A_1 O$ :

$$R = a \sin \frac{\theta}{2}.$$

Вертикальний розмір  $c$  визначаємо з умови, щоб вісь напрямних повзуна  $C$  проходила посередині стрілки хорди  $DE$ , тоді

$$c = \frac{L}{2} \left( 1 + \cos \frac{\theta}{2} \right).$$

Мінімальне значення довжини шатуна  $BC$  можна визначити з умови дотримання допустимого кута тиску  $[\alpha]$ :

$$l = l_{BC} = \frac{L \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right)}{2 \sin[\alpha]},$$

і може бути збільшене конструктивно.

## Лабораторна робота № 3. СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ

*Мета роботи:* ознайомлення з конструкцією та особливостями роботи механізму; виконання структурного синтезу механізму.

### Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з конструкцією механізму.
2. Скласти кінематичну схему механізму.
3. За даними провести структурний синтез механізму у наступному порядку:  
визначити параметри руху ланок механізму: кутову швидкість ведучої ланки, коефіцієнт зміни середньої швидкості веденої ланки; розрахувати розміри всіх ланок механізму та кути їх розташування в заданому положенні;  
за результатами розрахунків прийняти масштабний коефіцієнт довжин;  
розрахувати довжини зображень ланок механізму у прийнятому масштабі.
4. Накреслити механізм за результатами розрахунків.
5. Оформити звіт по роботі.

### Запитання для самоконтролю

1. Що називається синтезом механізму?
2. Яка мета проведення синтезу механізму?
3. В залежності від яких параметрів проводиться синтез механізмів: кривошипно-повзунного, кулісного?
4. Що називається середньою швидкістю веденої ланки?
5. Що називають коефіцієнтом зміни швидкості веденої ланки?
6. Що називається кутом розмаху хитань куліси?
7. Розказати порядок проведення синтезу кривошипно-повзунного механізму.
8. Розказати порядок проведення синтезу кулісного механізму.
9. Що називається масштабним коефіцієнтом довжин?

### 3. КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВАЖІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ

Кінематичний аналіз механізму полягає у визначенні руху його ланок за заданим рухом початкових ланок; складається з трьох основних задач: про положення, про швидкості та про прискорення, які можуть бути вирішені за допомогою аналітичного, графоаналітичного та графічного методів.

У даній роботі на прикладі  $V$ -подібного механізму з причіпним шатуном проводиться кінематичне дослідження механізму аналітичним методом, методом планів та методом кінематичних діаграм веденої ланки.

Вихідними даними для виконання роботи є такі (рис. 3.1):

частота обертання кривошипа компресора  $n$ , об/хв;

кут розвалу циліндрів  $\gamma$ , град;

кут причепа  $\gamma_1 = \gamma$ , град;

радіус кривошипа  $R = l_{OA}$ , м;

довжина шатуна  $L = l_{AB}$ , м;

радіус причепа  $r = l_{AC}$ , м;

довжина причіпного шатуна  $l = l_{CD}$ , м.

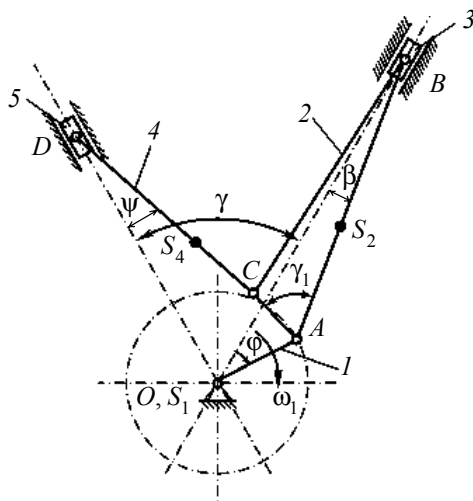


Рис. 3.1. Кінематична схема  $V$ -подібного механізму з причіпним шатуном

Крім того, додатково визначаються  
 хід поршня  $B$ :  $H = 2l_{OA}$ , м;  
 відношення  $\lambda = R/L$ .

### 3.1. Кінематичне дослідження механізму аналітичним методом

Аналітичний метод зводиться до складання функції положення, яка встановлює зв'язок між координатою веденої точки або ланки та координатою ведучої ланки.

Швидкість веденої точки або ланки визначається як добуток першої похідної від функції положення і кутової швидкості ведучої ланки. Прискорення веденої точки або кутове прискорення веденої ланки визначається як сума добутків другої похідної від функції положення і квадрату кутової швидкості ведучої ланки та першої похідної тієї ж функції і кутового прискорення ведучої ланки.

Тобто швидкість та прискорення кожної точки веденої ланки можна подати у вигляді:

$$V_i = \omega \frac{dS_i}{d\varphi}; \quad a_i = \omega^2 \frac{d^2 S_i}{d\varphi^2} + \varepsilon \frac{dS_i}{d\varphi},$$

де  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$  – кут повороту, кутова швидкість та кутове прискорення

кривошипа відповідно, що вважаються заданими;  $S_i$ ,  $\frac{dS_i}{d\varphi}$ ,  $\frac{d^2 S_i}{d\varphi^2}$  –

відповідно переміщення точки, що розглядається, аналог її швидкості та аналог її прискорення, тобто функції, що визначаються лише положенням механізму.

Для кутових швидкостей і прискорень має місце подібне подання:

$$\omega_i = \omega \frac{d\varphi_i}{d\varphi}; \quad \varepsilon_i = \omega^2 \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2} + \varepsilon \frac{d\varphi_i}{d\varphi},$$

де  $\varphi_i$ ,  $\frac{d\varphi_i}{d\varphi}$ ,  $\frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi^2}$  – кут повороту, аналог кутової швидкості та

аналог кутового прискорення веденої ланки.



Таким чином, кінематичне дослідження механізму за даним методом зводиться до визначення аналогів швидкостей та прискорень з подальшою підстановкою їх у наведені рівняння.

Для  $V$ -подібного механізму з причіпним шатуном є відомим закон руху ведучої ланки – кривошипа  $OA$ . Необхідно визначити кутові швидкості та прискорення шатунів  $2$  і  $4$ , а також лінійні швидкості й прискорення поршнів  $B$  і  $D$  для заданого кута повороту кривошипа. Виведення рівнянь для цього розрахунку докладно розглянуто в [3].

Кут  $\varphi$  відраховується від осі  $OB$  за ходом годинникової стрілки, переміщення точок  $B$  і  $D$  – від точки  $O$  вздовж осей циліндрів.

Визначаються кути повороту  $\beta$  і  $\psi$  шатунів  $2$  і  $4$  (див. рис. 3.1):

$$\beta = \arcsin(\lambda \sin \varphi); \quad \psi = \arcsin\left(\frac{1}{l}(R \sin(\lambda - \varphi) + \lambda r \sin \varphi)\right).$$

Аналоги кутових швидкостей шатунів визначаються шляхом диференціювання кутів повороту шатунів по куту  $\varphi$ :

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = \lambda \frac{\cos \varphi}{\cos \beta}; \quad \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{1}{l \cos \psi} (-R \cos(\gamma - \varphi) + \lambda r \cos \varphi).$$

Аналоги кутових прискорень шатунів визначаються шляхом диференціювання попередніх виразів по куту  $\varphi$ :

$$\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} = -(1 - \lambda^2) \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta}; \quad \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = \frac{\sin \psi}{l^2 \cos^3 \psi} (R^2 + \lambda^2 r^2 - l^2 - 2\lambda R r \cos \varphi).$$

Переміщення точок  $B$  і  $D$  визначаються з плану механізму:

$$S_B = OB = R \cos \varphi + L \cos \beta; \quad S_D = OD = R \cos(\gamma - \varphi) + r \cos \beta + l \cos \psi.$$

Аналоги лінійних швидкостей точок  $B$  і  $D$  визначаються шляхом диференціювання переміщень по куту  $\varphi$ :

$$\frac{dS_B}{d\varphi} = -R \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta};$$

$$\frac{dS_D}{d\varphi} = \frac{1}{\cos \varphi} \left( R \sin(\gamma - \varphi + \psi) - \lambda r \frac{\cos \varphi}{\cos \beta} \sin(\beta + \psi) \right).$$

Аналоги лінійних прискорень точок  $B$  і  $D$  визначаються знову ж таки шляхом диференціювання попередніх виразів по куту  $\varphi$ :

$$\frac{d^2 S_B}{d\varphi^2} = -R \left( \frac{\cos(\varphi + \beta)}{\cos \beta} + \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^3 \beta} \right);$$

$$\frac{d^2 S_D}{d\varphi^2} = -R \cos(\gamma - \varphi) + \lambda r \left( \sin \varphi \operatorname{tg} \beta - \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^3 \beta} \right) +$$

$$+ \frac{1}{l \cos^3 \psi} (l^2 \sin^2 \psi (1 + \cos^2 \psi) - R_2 - \lambda^2 r^2 + 2\lambda R r \cos \gamma).$$

Далі знаходяться кутові швидкості та прискорення шатунів:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{d\beta}{d\varphi}; \quad \varepsilon_2 = \omega_1^2 \frac{d^2 \beta}{d\varphi^2} + \varepsilon_1 \frac{d\beta}{d\varphi};$$

$$\omega_4 = \omega_1 \frac{d\psi}{d\varphi}; \quad \varepsilon_4 = \omega_1^2 \frac{d^2 \psi}{d\varphi^2} + \varepsilon_1 \frac{d\psi}{d\varphi}.$$

Також знаходяться лінійні швидкості та прискорення поршнів:

$$V_B = \omega_1 \frac{dS_B}{d\varphi}; \quad a_B = \omega_1^2 \frac{d^2 S_B}{d\varphi^2} + \varepsilon_1 \frac{dS_B}{d\varphi};$$

$$V_D = \omega_1 \frac{dS_D}{d\varphi}; \quad a_D = \omega_1^2 \frac{d^2 S_D}{d\varphi^2} + \varepsilon_1 \frac{dS_D}{d\varphi}.$$

### 3.2. Кінематичне дослідження механізму методом планів

#### 1) Розрахунок і побудова планів механізму

Планом механізму називається накреслене в масштабі зображення кінематичної схеми для відповідного положення кривошипа.

Вибирається масштабний коефіцієнт довжин  $\mu_l$ , м/мм, який являє собою відношення дійсного розміру відрізка в метрах, зображеного на кресленні, до довжини його зображення в міліметрах.

Розраховуються довжини відповідних зображень ланок на кресленні:

$$OA = \frac{l_{OA}}{\mu_l}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}; \quad AC = \frac{l_{AC}}{\mu_l}; \quad CD = \frac{l_{CD}}{\mu_l}.$$

Будується коло радіусом  $OA$  і визначаються під заданим кутом положення осей циліндрів. Це коло ділиться на 12 рівних секторів (через  $30^\circ$  за ходом годинникової стрілки), починаючи з положення точки  $A$ , що відповідає верхній мертвій точці центрального поршня  $B$ . Далі будуються плани механізму для 12 положень кривошипа.

Зразок побудови планів для одного положення даного механізму наведено на рис. 3.2.

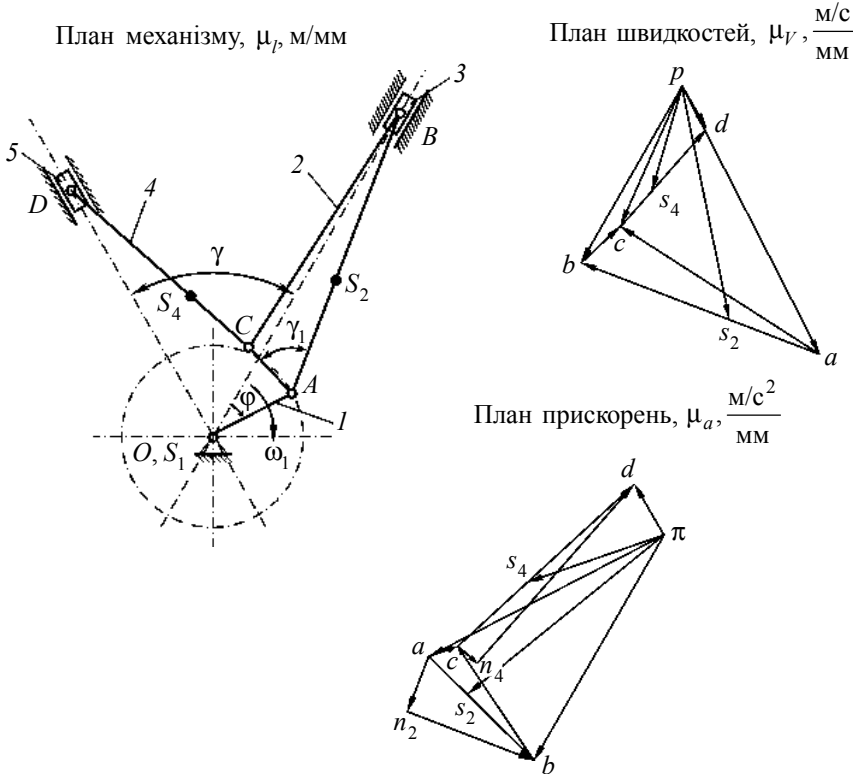


Рис. 3.2. Кінематичне дослідження механізму методом планів

## 2) Розрахунок і побудова планів швидкостей

Планом швидкостей називається накреслене в масштабі зображення багатокутника векторів швидкостей точок механізму для відповідного положення кривошипа.

Визначається кутова швидкість кривошипа:

$$\omega_1 = \frac{\pi n}{30}.$$

Визначається лінійна швидкість точки  $A$  кривошипа:

$$V_A = \omega_1 l_{OA}.$$

Приймається масштабний коефіцієнт швидкостей  $\mu_V, \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$ .

Визначається довжина вектора  $\overrightarrow{pa}$ , що зображує вектор  $\overrightarrow{V_A}$  на плані швидкостей і починається в полюсі  $p$ :

$$pa = \frac{V_A}{\mu_V}.$$

Вектор  $\overrightarrow{V_A}$  спрямований перпендикулярно кривошипу в напрямку його обертання.

Швидкість точки  $B$  знаходиться графічно за векторним рівнянням, що складене за теоремою про плоско-паралельний рух твердого тіла:

$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_{BA}}.$$

Вектор швидкості  $\overrightarrow{V_{BA}}$  спрямований перпендикулярно зображенню шатуна  $AB$ , і вектор  $\overrightarrow{ab}$ , що зображує його на плані швидкостей, починається в точці  $a$  плану швидкостей, а вектор швидкості  $\overrightarrow{V_B}$  спрямований уздовж осі  $OB$  циліндра  $B$ , і вектор  $\overrightarrow{pb}$ , що зображує його на плані швидкостей, починається в полюсі  $p$ . З побудови в місці перехрещення цих векторів отримується точка  $B$ .

Визначаються величини лінійних швидкостей:

$$V_B = \mu_V pb; \quad V_{BA} = \mu_V ab.$$

Швидкість точки  $C$  визначається за допомогою теореми подібності, на підставі якої може бути складено пропорцію:

$$\frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{V_{CA}}{l_{AC}} = \frac{V_{CB}}{l_{BC}}.$$

Отже, відрізки  $ab, ac, bc$  на плані швидкостей пропорційні довжинам  $l_{AB}, l_{AC}, l_{BC}$  і відрізкам  $AB, AC, BC$  на плані положень та утворюють подібні й східно розташовані трикутники. Шляхом з'єднання на плані швидкостей точки  $c$  з полюсом  $p$  утворюється вектор  $\overrightarrow{pc}$ , що зображує вектор швидкості  $\overrightarrow{V_C}$ .

Визначається величина швидкості  $\overrightarrow{V_C}$ :

$$V_C = \mu_V pc.$$

Швидкість точки  $D$  знаходиться графічно за векторним рівнянням, що складене за теоремою про плоско-паралельний рух твердого тіла:

$$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{DC}}.$$

Вектор швидкості  $\overrightarrow{V_{DC}}$  спрямований перпендикулярно зображенню шатуна  $CD$ , і вектор  $\overrightarrow{cd}$ , що показує його на плані швидкостей, починається в точці  $c$  плану швидкостей, а вектор швидкості  $\overrightarrow{V_D}$  спрямований уздовж осі  $OD$  циліндра  $D$ , і вектор  $\overrightarrow{pd}$ , що зображує його на плані швидкостей, починається в полюсі  $p$ . З побудови в місці перехрещення цих векторів отримується точка  $d$ .

Визначаються величини лінійних швидкостей:

$$V_D = \mu_V pd; \quad V_{DC} = \mu_V cd.$$

Кутові швидкості шатунів 2 і 4 визначаються за залежностями

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}; \quad \omega_4 = \frac{V_{DC}}{l_{CD}}.$$

Напрямок кутових швидкостей шатунів визначається шляхом перенесення векторів відносних швидкостей  $\vec{V}_{BA}$  і  $\vec{V}_{DC}$  відповідно у точки  $B$  і  $D$  (при обертанні шатунів відносно точок  $A$  і  $C$  відповідно).

### 3) Розрахунок та побудова планів прискорень

Планом прискорень називається накреслене в масштабі зображення многокутника векторів прискорень точок механізму для відповідного положення кривошипа.

Лінійне прискорення точки  $A$  кривошипа, у загальному випадку, складається з нормального і тангенціального (дотичного):

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau,$$

де  $a_A^n = \omega_1^2 l_{OA}$ ;  $a_A^\tau = \varepsilon_1 l_{OA}$ .

Оскільки приймається, що  $\omega_1 = \text{const}$ , то  $\varepsilon_1 = 0$  і  $a_A^\tau = 0$ . Тоді

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n.$$

Приймається масштабний коефіцієнт прискорень  $\mu_a, \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}$ .

Визначається довжина вектора  $\vec{\pi a}$ , що зображує вектор  $\vec{a}_A^n$  на плані прискорень і починається в полюсі  $\pi$ :

$$\pi a = \frac{a_A^n}{\mu_a}.$$

Вектор  $\vec{a}_A^n$  спрямований уздовж кривошипа до центра обертання.

Прискорення точки  $B$  знаходиться графічно за векторним рівнянням, що складене за теоремою про плоско-паралельний рух твердого тіла:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau.$$

Вектор прискорення  $\overrightarrow{a_{BA}^n}$  спрямований уздовж шатуна  $AB$  від точки  $B$  до центра обертання – точки  $A$ , вектор прискорення  $\overrightarrow{a_{BA}^\tau}$  – перпендикулярно шатуну, вектор прискорення  $\overrightarrow{a_B}$  – вздовж осі  $OB$  циліндра  $B$ .

Величину прискорення  $\overrightarrow{a_{BA}^n}$  може бути визначено:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB}.$$

Довжина вектора  $\overrightarrow{an_2}$ , що зображує його:

$$an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}.$$

З побудови отримуються в місці перехрещення ліній дії невідомих прискорень точка  $b$  та вектори  $\overrightarrow{n_2b}$  і  $\overrightarrow{\pi b}$ , що зображують вектори дотичного прискорення  $\overrightarrow{a_{BA}^\tau}$  і прискорення  $\overrightarrow{a_B}$  точки  $B$ . Шляхом з'єднання точки  $a$  з точкою  $b$  утворюється вектор повного прискорення  $\overrightarrow{a_{BA}}$ .

Визначаються величини прискорень:

$$a_{BA}^\tau = \mu_a n_2 b, \quad a_{BA} = \mu_a ab, \quad a_B = \mu_a \pi b.$$

Прискорення точки  $C$  визначається за допомогою теореми подібності, на підставі якої може бути складено пропорцію:

$$\frac{a_{BA}}{l_{AB}} = \frac{a_{CA}}{l_{AC}} = \frac{a_{CB}}{l_{BC}}.$$

Отже, відрізки  $ab, ac, bc$  на плані прискорень пропорційні довжинам  $l_{AB}, l_{AC}, l_{BC}$ , тобто і відріzkам  $AB, AC, BC$  на плані положень, і утворюють подібні й східно розташовані трикутники. Шляхом з'єднання на плані прискорень точки  $c$  з полюсом  $\pi$  утворюється вектор  $\overrightarrow{\pi c}$ , що зображує вектор прискорення  $\overrightarrow{ac}$ .

Визначається величина прискорення  $\vec{a}_c$  :

$$a_c = \mu_a \pi c .$$

Прискорення точки  $D$  знаходиться графічно за векторним рівнянням, що складене за теоремою про плоско-паралельний рух твердого тіла:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau .$$

Вектор прискорення  $\vec{a}_{DC}^n$  спрямований уздовж шатуна  $CO$  від точки  $O$  до центра обертання – точки  $C$ , вектор прискорення  $\vec{a}_{DC}^\tau$  – перпендикулярно шатуну, вектор прискорення  $\vec{a}_D$  – вздовж осі  $OD$  циліндра  $D$ .

Величину прискорення  $\vec{a}_{DC}^n$  може бути визначено:

$$a_{DC}^n = \omega_4^2 l_{CD} .$$

Довжина вектора  $\vec{cn}_4$ , що зображує його:

$$cn_4 = \frac{a_{DC}^n}{\mu_a} .$$

З побудови отримуються в місці перехрещення ліній дії невідомих прискорень точка  $d$  та вектори  $\vec{n}_4 d$  і  $\vec{\pi d}$ , що зображують вектори дотичного прискорення  $\vec{a}_{DC}^\tau$  і прискорення точки  $D$   $\vec{a}_D$ . Шляхом з'єднання точки  $c$  з точкою  $d$  утворюється вектор повного прискорення  $\vec{a}_{DC}$ .

Визначаються величини прискорень:

$$a_{DC}^\tau = \mu_a n_2 d , \quad a_{DC} = \mu_a cd , \quad a_C = \mu_a \pi d .$$



Кутові прискорення шатунів 2 і 4 визначаються за формулами

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}; \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}}.$$

Напрямок кутових прискорень шатунів визначається шляхом перенесення векторів тангенціальних складових прискорень  $\overrightarrow{a_{BA}^\tau}$  і  $\overrightarrow{a_{CD}^\tau}$  відповідно в точки  $B$  і  $D$  (при обертанні шатунів відносно точок  $A$  і  $C$  відповідно).

### 3.3. Кінематичне дослідження механізмів методом діаграм

Кінематична діаграма являє собою графічне зображення змінення одного з кінематичних параметрів: переміщення, швидкості або прискорення точки чи ланки у функції часу або переміщення ведучої ланки механізму, тобто у функції узагальненої координати, за повний цикл руху досліджуваного механізму.

Маючи одну з діаграм, шляхом графічного диференціювання або інтегрування можна отримати дві останні, оскільки швидкість точки являє собою першу похідну від переміщення точки за часом, а прискорення – другу похідну.

Якщо досліджується рух точки, що здійснює поступовий рух, то для неї будується діаграма лінійних переміщень.

Якщо досліджується рух точки, що здійснює обертальний рух, то для неї будується діаграма лінійних переміщень або діаграма кутових переміщень ланки, до якої належить задана точка.

Для  $V$ -подібного механізму з причіпним шатуном може бути побудована кінематична діаграма переміщень головного (центрального) або причіпного поршня у функції кута повороту кривошипа.

За початкове положення кривошипа приймається таке, коли центральний поршень  $B$  знаходиться у крайньому верхньому положенні, тобто у верхній мертвій точці.

Для побудови кінематичних діаграм для поршня  $B$  замірюються переміщення  $S_B$  поршня в 12 положеннях (через  $30^\circ$  повороту кривошипа за ходом годинникової стрілки). Для побудови діаграми переміщень поршня  $S_B = f_1(\varphi)$  обирається масштабний коефіцієнт кута повороту:

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{l_{\varphi}},$$

де  $l_{\varphi}$  – обрана довжина осі  $\varphi$ .

При рівномірному русі кривошипа кути його повороту пропорційні часу, тобто можна вважати вісь кутів за вісь часу з масштабним коефіцієнтом

$$\mu_t = \frac{\mu_{\varphi}}{\omega} = \frac{2\pi}{l_{\varphi}\omega}.$$

Приймається також масштабний коефіцієнт переміщень поршня  $\mu_s$ , і будується діаграма переміщень поршня  $S_B = f_1(\varphi)$ . Зразок побудови наведено на рис. 3.3.

Для побудови діаграм швидкостей та прискорень поршня необхідно вибрати масштабні коефіцієнти по осям швидкостей та

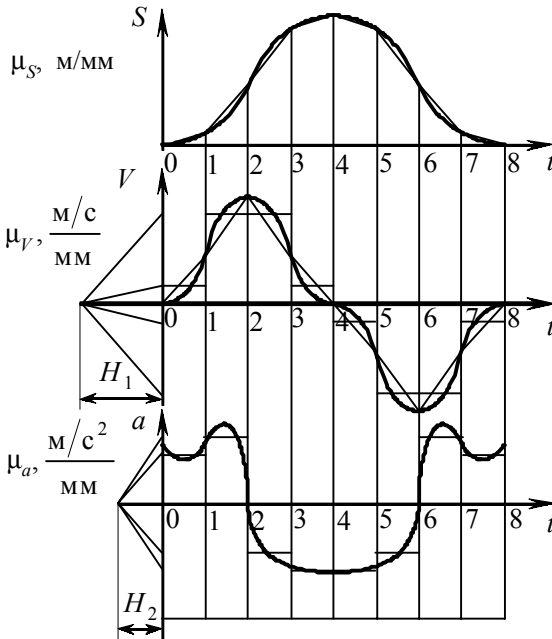


Рис. 3.3. Кінематичне дослідження механізму методом діаграм шляхом графічного диференціювання

прискорень. Для зручності порівняння результатів розрахунків вони можуть бути рівними відповідним масштабним коефіцієнтам планів.

Далі шляхом графічного диференціювання діаграми переміщень  $S_B = f_1(\varphi)$  за методом хорд послідовно будуються діаграми швидкостей  $V_B = f_2(\varphi)$  та прискорень  $a_B = f_3(\varphi)$  поршня  $B$ . У разі виконання вказаної вище умови полюсні відстані на діаграмах розраховуються за залежностями:

$$\text{для діаграми швидкостей } H_V = \frac{\mu_S}{\mu_t \mu_V};$$

$$\text{для діаграми прискорень } H_a = \frac{\mu_V}{\mu_t \mu_a}.$$

Для побудови кінематичних діаграм для поршня  $D$  проводяться ті ж самі заміри, розрахунки та побудови.

## *Лабораторна робота № 4. КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ V-ПОДІБНОГО МЕХАНІЗМУ З ПРИЧІПНИМ ШАТУНОМ*

*Мета роботи:* ознайомлення з основними поняттями кінематичного аналізу механізму, проведення кінематичного аналізу механізму різними методами та порівняння їх результатів.

### **Порядок виконання роботи**

1. Ознайомитися з моделлю механізму і рухом усіх його ланок, установити його призначення.

2. Скласти ескіз кінематичної схеми та провести заміри довжин ланок і кутів. Визначити частоту обертання кривошипа.

3. Провести заміри переміщень ведених ланок в залежності від кута повороту кривошипа  $\varphi$ . Провести кінематичне дослідження механізму методом діаграм у відповідності до п. 3.3. Результати занести в таблицю.

4. Провести кінематичне дослідження механізму методом планів у відповідності до п. 3.2 для 12 положень механізму. Результати занести в таблицю.

5. Провести кінематичне дослідження механізму аналітичним методом у відповідності до п. 3.1 для 12 положень механізму. Результати занести в таблицю.

6. Занести в таблицю результати розрахунків різними методами для порівняння і визначити похибки.

### **Запитання для самоконтролю**

1. У чому полягає кінематичний аналіз механізму?
2. Які три основні задачі кінематичного аналізу механізму?
3. Які існують методи кінематичного аналізу?
4. У чому суть аналітичного методу, методу планів та методу діаграм?
5. Що таке аналоги швидкостей та прискорень?
6. Написати загальні вирази для лінійних та кутових швидкостей і прискорень через аналоги швидкостей і прискорень.
7. Що називається планом положень, планом швидкостей та планом прискорень?
8. Що таке масштабні коефіцієнти довжин, швидкостей та прискорень?
9. Які теореми кінематики використовуються при кінематичному дослідженні механізмів?
10. Розказати, як спрямовані лінійні швидкості точок, а також нормальні й тангенціальні прискорення точок.
11. Розказати, як визначається напрямок кутових швидкостей та прискорень ланок.
12. На прикладі одного з механізмів розказати, як будуються план положень, план швидкостей та план прискорень.
13. Що називається кінематичною діаграмою?
14. Які два графічних методи використовуються для отримання з однієї кінематичної діаграми двох останніх?

## **4. ВИЗНАЧЕННЯ ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

Інерційні характеристики (маси та моменти інерції) ланок і механізмів є важливими фізичними параметрами, без знання яких неможливо виконання динамічних досліджень.

Моменти інерції відносно фіксованих осей (точок) тіла є постійними величинами та визначаються аналітичними, графоаналітичними та експериментальними методами.

Основа аналітичних та графоаналітичних методів полягає у виконанні розрахунків за інтегральною залежністю

$$J = \int r^2 dm,$$

де  $r$  – поточний радіус елементарної маси  $dm$ ;  $m$  – маса тіла.

У процесі динамічного дослідження механізму, машини або машинного агрегату використовується метод зведення. Із цією метою об'єкт дослідження замінюється ланкою зведення (або кількома при кількості ступенів свободи більше одного). За ланку зведення частіше приймають ланку, яка обертається (ведуча) (рис. 4.1). За умовами зведення ця ланка повинна мати однакову з вихідним об'єктом досліджень кінетичну енергію, а зовнішні навантаження повинні виконувати однакову роботу. При цьому ланка зведення рухається за тим же законом, що й ведуча ланка. Таким чином, ланка зведення має визначені інерційні та силові характеристики. До інерційних характеристик відносять зведений момент інерції (якщо ланка зведення обертається) або зведену масу ланки (якщо рух поступальний).

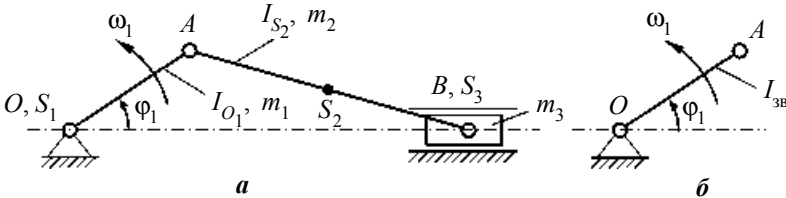


Рис. 4.1. Заміна кінематичної схеми (а) ланкою зведення (б)

Зведений момент інерції визначається з умови тотожності кінетичних енергій замінюваного механізму та ланки зведення:

$$J_{зв} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{S_i}}{\omega_1} \right)^2 + J_{S_i} \left( \frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right],$$

де  $m_i, J_{S_i}$  – маса та момент інерції відносно центра мас;  $v_{S_i}$  – лінійна швидкість центра мас;  $\omega_i$  – кутова швидкість  $i$ -ї ланки;  $\omega_1$  – кутова швидкість ведучої ланки.

Оскільки для важільного механізму передаточні відношення

$\frac{v_{S_i}}{\omega_1}$  та  $\frac{\omega_i}{\omega_1}$  є змінними величинами, то і зведений момент інерції

$J_{зв}$  є змінною величиною ( $J_{зв} = \text{var}$ ). У цьому полягає відмінність зведеного моменту інерції механізму від моменту інерції твердого тіла. Слід також відмітити, що  $J_{зв}$  не залежить від величин швидкостей  $v_{S_i}, \omega_i, \omega_1$ , а тільки від їх відношень, котрі є функціями координати ланки зведення. У цьому легко переконатися після простого перетворення передаточних відношень:

$$\frac{\omega_i}{\omega_1} = \frac{d\varphi_i}{dt} \frac{dt}{d\varphi_1} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}; \quad \frac{v_{S_i}}{\omega_1} = \frac{dS_i}{dt} \frac{dt}{d\varphi_1} = \frac{dS_i}{d\varphi_1}.$$

Відношення  $\frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}$  й  $\frac{dS_i}{d\varphi_1}$  є аналогами кутових та лінійних швид-

костей і залежать від координати ланки зведення  $\varphi_1$  (див. рис. 4.1).

Отож,  $J_{зв} = J_{зв}(\varphi_1)$ .

У наступній роботі зведені моменти інерції механізмів визначаються експериментальним методом.

### *Лабораторна робота № 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ЗВЕДЕНОГО МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ПЛОСКОГО МЕХАНІЗМУ*

*Мета роботи:* визначення функціональної залежності зведеного моменту інерції механізму від положення ведучої ланки.

До складу експериментальної установки ТММ-46 входять досліджуваний та збуджуючий механізми, показані на рис. 4.2, електродвигун постійного струму, міліамперметр, випрямляч та система регулювання обертів збуджуючого механізму. Живлення установки здійснюється від електромережі через трансформатор.

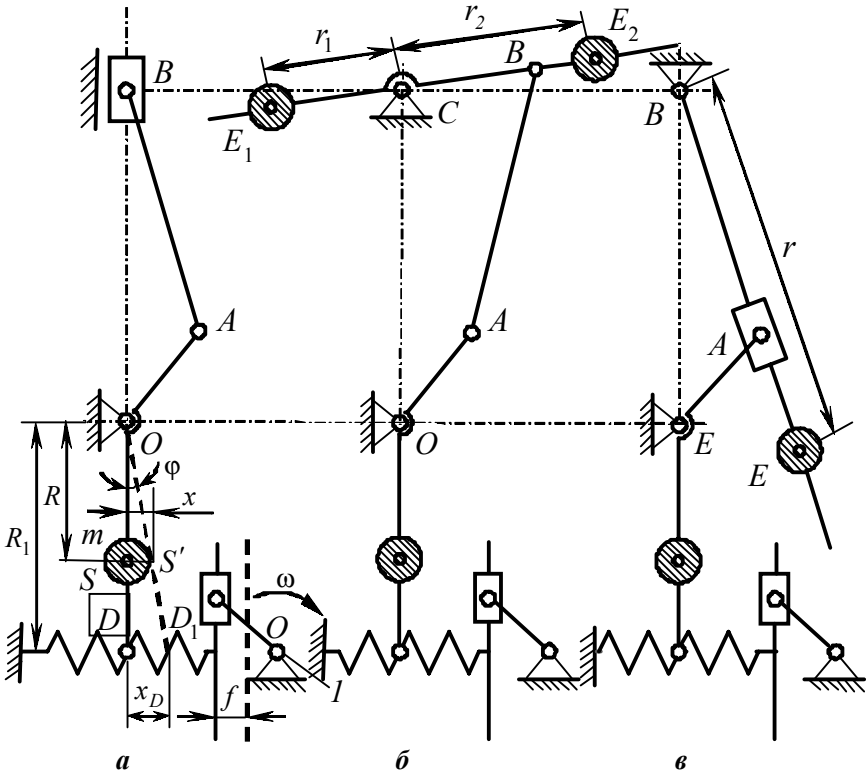


Рис. 4.2. Кінематичні схеми механізмів:

*а* – кривошипно-повзунного, *б* – шарнірно чотириланковика, *в* – кулісного

### Опис роботи

В експериментальній установці досліджуваний механізм складається із чотирьох рухомих ланок, що за допомогою пружного зв'язку з'єднується зі збуджувачем коливань, який складається з електродвигуна та ексцентрикового механізму. При зміні положення кривошипа 1 змінюється зведений момент інерції механізму, отже, й власна частота коливань системи.

Збіг частоти обертання двигуна з власною частотою коливань усієї механічної системи призводить до резонансу, який позначається різким підвищенням вібрації ланок досліджуваного механізму. У цю мить слід зафіксувати дані міліамперметра, а потім за тарувальним графіком (рис. 4.3) визначити критичну частоту обертання.

Знайдемо залежність між зведеним моментом інерції та власною частотою коливань механічної системи, яка складається

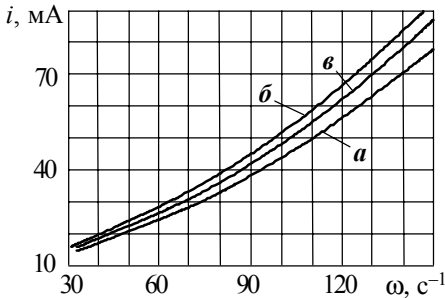


Рис. 4.3. Залежність сили струму від частоти збудження:

*a* – кривошипно-повзунного механізму,  
*б* – шарнірного чотириланковика, *в* – ку-  
 лісного

з досліджуваного важільного механізму і додаткового вантажу на штанзі, й пружно з'єднана зі збуджувачем коливань *l* (див. рис. 4.2,*а*). Зовнішнє збудження системи, яке відбувається з частотою  $\omega$  обертання двигуна, передається пружині. Переміщення кінця пружини можна виразити у вигляді функції  $f(t)$ . Деформація пружини визначається як різниця  $x_D - f(t)$ . На кінець стрижня штанги таким чином буде впливати сила пружності

пругини  $P = -c(x_D - f)$ , де  $c$  – коефіцієнт жорсткості пружини. Абсолютне переміщення точки знаходиться зі схожості трикутників  $\Delta DOD'$  та  $\Delta KOK'$ :

$$x = x_D \frac{R}{R_1}.$$

Використавши принцип Даламбера, складаємо рівняння моментів відносно точки *O* (див. рис. 4.2,*а*).

$$J_{3B}^c \ddot{\varphi} + c(x_D - f)R_1 = 0,$$

де  $J_{3B}^c$  – зведений момент інерції системи;  $\varphi$  – кутова координата.

Замінивши  $x_D = R_1\varphi$  та перетворивши рівняння рівноваги, одержимо його у наступному вигляді:  $J_{3B}^c + cR_1^2\varphi = cR_1f(t)$  або, коли  $f(t) = f_{\max} \sin \omega t$

$$\ddot{\varphi} + p^2\varphi = \frac{cR_1}{J_{3B}^c} f_{\max} \sin \omega t,$$

де  $p = \sqrt{\frac{cR_1^2}{J_{3B}^c}}$  – власна частота системи.

Оскільки під час резонансу  $\omega = p$ , то момент інерції системи



можна визначити за формулою

$$J_{3B}^c = \frac{cR_1^2}{\omega^2}. \quad (4.1)$$

Зведений момент інерції системи  $J_{3B}^c$  пов'язаний зі зведеним моментом інерції механізму  $J_{3B}$  залежністю  $J_{3B}^c = J_{3B} + J_{3B}^B$ , де  $J_{3B}^B$  – момент інерції вантажу на штанзі.

Оскільки вантаж має вигляд паралелепіпеда, то його момент інерції

$$J_{3B}^B = J_S + mR^2; \quad (4.2) \quad J_S = m \frac{a^2 + b^2}{12}, \quad (4.3)$$

де  $a, b$  – розміри сторін перетину вантажу, перпендикулярного до осі  $OD$ , м.

Таким чином, зведений момент інерції механізму можна визначити за формулою

$$J_{3B} = J_{3B}^c - J_{3B}^B. \quad (4.4)$$

### Порядок виконання роботи

Робота виконується на одній з установок, схеми яких показані на рис. 4.2. Для визначення зведеного моменту інерції механізму необхідно:

1) встановити вантажі  $S, E, E_1, E_2$  (див. рис. 4.2) на радіусах, заданих викладачем (табл. 4.1);

Таблиця 4.1

Найменування параметра	Механізм		
	кривошипно-повзунний	кулісний	шарнірний чотириланковик
Коефіцієнт жорсткості пружин $c$ , Н/м	7960	7420	7720
Довжина штанги $R_1$ , м	0,18		
Маса вантажу $m$ , кг	0,8	0,8	0,5
Розміри вантажу на штанзі $a \times b \times d$ , м			
Додаткові маси на ланках, кг	0,5	1,2	1,0
Радіуси фіксації мас, м:			
$R$			
$r$			
$r_1$			
$r_2$			

- 2) зафіксувати за допомогою стопора кривошип у заданому положенні;
- 3) ввімкнути установку в електромережу через трансформатор;
- 4) домогтися чітко виявленого резонансу шляхом повільного підвищення обертів двигуна за допомогою реостата. На міліамперметрі зафіксувати силу струму  $i$ , мА, результат внести до табл. 4.2;

Таблиця 4.2

$\varphi$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$i$ , мА													
$\omega$ , с <sup>-1</sup>													
$J_{зв}$ , кг·м <sup>2</sup>													

5) визначити частоту обертання електродвигуна у режимі резонансу за допомогою одного з графіків на рис. 4.3, виходячи із сили струму. Результати внести у табл. 4.2;

6) розрахувати  $J_{зв}^c$ ,  $J_{зв}^B$  та  $J_{зв}$  за формулами (4.1)–(4.4) та вихідними даними табл. 4.1. Результат теж занести у табл. 4.2;

7) змінити положення кривошипа на 30° та знову повторити вимірювання (і так послідовно для 12 положень кривошипа);

8) побудувати графік залежності  $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$  за результатами вимірювань та розрахунків.

### Запитання для самоконтролю

1. Що називається моментом інерції ланки (тіла)?
2. З якої умови визначають зведений момент інерції механізму?
3. Як впливає розмір  $J_{зв}$  на частоту вільних коливань механізму?
4. Як впливають розміри вантажів та радіуси їх установки на величину  $J_{зв}$  й частоту вільних коливань?
5. Чи може бути момент інерції від'ємним?
6. Що таке зведена маса та зведений момент інерції механізму?
7. Які ланки мають незмінний зведений момент інерції?
8. У яких ланках механізму зведений момент інерції змінний?

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Кипреєв Ю.М.* Комплексні задачі з прикладної механіки: Навч. посіб. – Миколаїв: УДМТУ, 2001. – 120 с.
  2. *Кипреєв Ю.Н., Романовская Н.И.* Сборник лабораторных работ по теории механизмов и машин. – Николаев: НКИ, 1988. – 39 с.
  3. *Попов А.П., Кипреєв Ю.Н., Руденко В.Г.* Проектирование и кинематическое исследование механизмов с применением ЭВМ: Учеб. пособие. – Николаев: НКИ, 1992. – 89 с.
-

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	3
1. Структурний аналіз плоских механізмів .....	3
<i>Лабораторна робота № 1.</i> Складання та аналіз кінематичних схем діючих моделей механізмів .....	14
<i>Лабораторна робота № 2.</i> Структурний аналіз кінематичних схем механізмів .....	15
2. Структурний синтез плоских механізмів .....	19
2.1. Кривошипно-повзунний механізм .....	19
2.2. Кулісні механізми .....	20
<i>Лабораторна робота № 3.</i> Структурний синтез механізмів .....	22
3. Кінематичне дослідження важільного механізму .....	23
3.1. Кінематичне дослідження механізму аналітичним методом .....	24
3.2. Кінематичне дослідження механізму методом планів .....	26
3.3. Кінематичне дослідження механізмів методом діаграм .....	33
<i>Лабораторна робота № 4.</i> Кінематичне дослідження <i>V</i> -подібного механізму з причіпним шатуном .....	35
4. Визначення інерційних характеристик .....	36
<i>Лабораторна робота № 5.</i> Експериментальне визначення зведеного моменту інерції плоского механізму .....	38
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА .....	43

---

*Навчальне видання*

**КІПРСЄВ Юрій Миколайович  
ІВАНОВ Дмитро Юрійович**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ  
З ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН**

*(українською мовою)*

Редактор Ю.О. Вільова  
Комп'ютерна правка та верстка Н.В. Ялова  
Коректор М.О. Паненко

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,  
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції  
ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

---

Підписано до друку 21.11.07. Папір офсетний. Формат 60×84/16.  
Друк офсетний. Гарнітура "Таймс". Ум. друк. арк. 2,6. Обл.-вид. арк. 2,8.  
Тираж 300 прим. Вид. № 35. Зам. № 346. Ціна договірна

---

Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування,  
54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5