

НЕСТАНДАРТНА МОДЕЛЬ ДВОВИМІРНОГО СИМПЛЕКСА T7

Хомченко А. Н., д.ф.-м. н., професор, Литвиненко О.І., к.т.н., доцент,
Астіоненко І.О., к.ф.-м.н, доцент

*Чорноморський національний університет ім. Петра Могили, Україна
Херсонський національний технічний університет, Україна*

Ключові слова: ТРИКУТНИК T7, НЕСТАНДАРТНА МОДЕЛЬ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ШАБЛОН, СКІНЧЕННИЙ ЕЛЕМЕНТ, КУСКОВЕ ТЕСТУВАННЯ.

Вступ. Трикутник, як двовимірний симплекс, вважаєте найбільш розповсюдженим СЕ. Одна із причин цього в тому, що будь-яку область у двовимірному просторі можна апроксимувати багатокутниками, які завжди можна розбити на трикутники. Стандартні моделі трикутників різних порядків можна знайти у книгах [1–3]. У роботі розглянуто трикутник T7, який має сім вузлів (три вузли у вершинах, три вузли на серединах сторін і один вузол у барицентрі). В математиці T7 використовують у якості обчислювального шаблону для наближеного інтегрування у трикутних областях. Зустрічається трикутник T4, який також використовують у якості обчислювального шаблону. Засновник сучасного і дуже ефективного методу скінченних елементів (МСЕ) Р. Курант реалізував свої геніальні ідеї саме на трикутниках (трикутник Куранта, комірка Куранта).

Основна частина. Не всі трикутники здатні виконувати подвійну роль: обчислювального шаблону і скінченного елемента. До скінченних елементів вимоги більш жорсткі, наприклад, залежність між порядком елемента і кількістю вузлів, необхідних для поліноміальної інтерполяції. Ось чому серед трикутних СЕ зустрічаються тільки члени арифметичного ряду «трикутних» чисел Піфагора: T3, T6, T10... (рис. 1).

У роботі вперше побудовано поліноміальний базис нестандартного трикутника T7. Доведено, що T7, як і стандартний T10, можна використовувати не тільки як обчислювальний шаблон для наближеного інтегрування, а і як скінченний елемент. Якщо ансамблювання СЕ не передбачається (трикутний суперелемент), достатньо сконструювати базис, який задовольняє

інтерполяційну гіпотезу Лагранжа. Якщо передбачається ансамблювання, треба шляхом кускового тестування дослідити поведінку базису T7 на границі з трикутником T6 або квадратом Q8. Порухення міжелементної неперервності (несумісність) на границі з трикутним T6 або квадратним Q8 не має небажаних наслідків. Модель T7 успішно витримує тестування як за версією Айронса-Раззака, так і за версією Паттерсона.

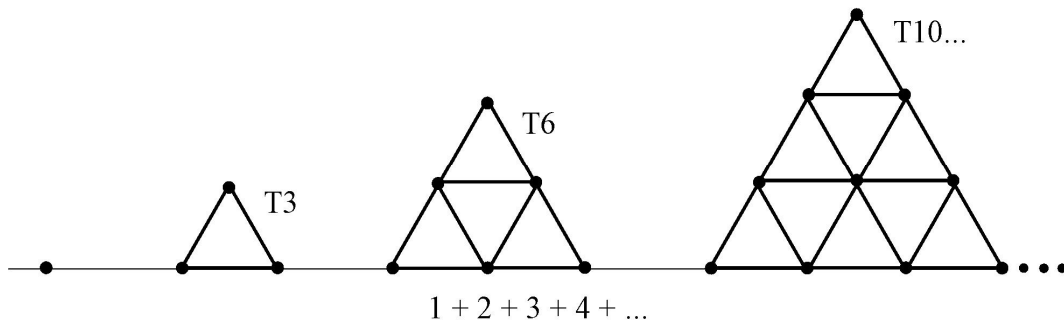


Рисунок 1 – Трикутні числа Піфагора (трикутні CE)

Таким чином, отримана нестандартна кубатура для наближеного обчислення подвійних інтегралів на трикутних областях має вигляд:

$$\iint_D f(x, y) dS \approx S \cdot \left(\frac{9}{20} \cdot f_0 + \frac{1}{20} \sum_{i=1}^3 f_i + \frac{2}{15} \sum_{i=4}^6 f_i \right).$$

Цю формулу можна підтвердити методом невизначених коефіцієнтів [4].

Висновки. «Дуга» мода T7 відкриває можливості генерувати шляхом конденсації безліч альтернативних моделей T6 із різними інтегральними характеристиками.

Література

1. Mitchell A.R., Wait R. The finite Element Method in partial differential equations. – London: Wiley (1977).
2. Norrie D. H., de Vries G. An introduction to finite element analysis, Academic Press, N.Y. (1978).
3. Zienkiewicz O. C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Fifth edition. Vol. 1. Bristol Printed and bound by MPG Books Ltd. Butterworth – Heinemann, (2000).
4. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981. 416 с.

NON-STANDARD MODEL OF TWO-DIMENSIONAL SIMPLEX T7

Khomchenko Anatolii, Lytvynenko Olena, Astionenko Ihor

Abstract. The paper considers the triangle T7, which has seven nodes (three nodes in the points, three nodes in the middle of the sides and one node in the barycenter). It is shown that T7, as well as standard T10 can fulfill a dual role: both of a computational pattern and a finite element. Violation of inter-element continuity (incompatibility) at the boundary with triangular T6 or square Q8 has no undesirable effects. T7 model successfully withstands lump testing. Upon that the "blown" mode of T7 opens the possibility to generate by condensation many alternative models of T6 with different integral characteristics.

Keywords: T7 TRIANGULAR, NON-STANDARD MODEL, COMPUTATIONAL TEMPLATE, FINITE ELEMENT, LUMP TESTING.

References

1. Mitchell A.R., Wait R. The finite Element Method in partial differential equations. – London: Wiley (1977).
2. Norrie D. H., de Vries G. An introduction to finite element analysis, Academic Press, N.Y. (1978).
3. Zienkiewicz O. C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Fifth edition. Vol. 1. Bristol Printed and bound by MPG Books Ltd. Butterworth – Heinemann, (2000).
4. Marchuk G. I., Agoshkov V. I. Vvedenie v proektsionno-setochnyie metodyi. M.: Nauka, 1981. 416 s.