

which must meet most of the requirements for working in an adverse environment with regard to heat changes with high temperature indicators, are given. Real examples of the analysis of the sprayed layer after the operation of the blade mechanism of the engine for more than 20000 hours are given.

**Key words:** gas turbine, blade mechanism, recovery, plasma spraying

УДК 621.791

## МЕТОДИКА ТА ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВУЗЛІВ

Матвієнко М.В.<sup>1</sup>, Квасницький В.В.<sup>2</sup>, Єрмолаєв Г.В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> кандидат технічних наук, доцент кафедри зварювання Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, м.

Херсон, Україна, [maksym.matvienko@nuos.edu.ua](mailto:maksym.matvienko@nuos.edu.ua)

<sup>2</sup> доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри зварювального виробництва Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

<sup>3</sup> кандидат технічних наук, професор НУК, завідувач кафедри зварювання Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Херсон, Україна

**Анотація.** Запропоновано методику комп'ютерного моделювання напружено-деформованого стану циліндричних вузлів. Проведено перевірку адекватності комп'ютерного скінчено-елементного моделювання. Порівняння результатів аналітичного розрахунку з результатами комп'ютерного моделювання показало хорошу точність запропонованої методики.

**Ключові слова:** комп'ютерне моделювання; напружено-деформований стан; аналітичний розрахунок; адекватність моделювання

**Вступна частина.** На сучасному рівні розвитку та застосування зварювальних та споріднених процесів їх математичне моделювання ведеться за семи основними напрямками, серед яких значний обсяг становить моделювання напружено-деформованого (НД) стану. [1]. Можливості моделювання НД стану значно розширилися завдяки збільшенню потужності комп'ютерів та удосконаленню математичного забезпечення [2], проте ступінь відповідності результатів моделювання експериментальним даним визначається адекватністю математичної моделі, тобто її здатністю відображати задані властивості та реакції об'єкту з погрішністю, не вище за задану. Тому питання визначення методики та перевірка адекватності комп'ютерного моделювання є **актуальним**.

**Мета роботи.** Розробка методики та перевірка адекватності комп'ютерного скінчено-елементного моделювання напружено-деформованого стану вузлів.

**Основна частина.** Моделювання виконувалось з використанням програмного комплексу ANSYS Student 2022 R2 [3]. Задача вирішувалась на циліндричних зразках висотою  $l = 20$  мм та діаметром  $d = 20$  мм з використанням скінчених елементів PLANE 183. Отримані результати комп'ютерного моделювання порівнювалися з відповідними аналітичними рішеннями.

У першій задачі комп'ютерним моделюванням визначалися зміни розмірів циліндра після зниження температури на 100 град. Значення модуля пружності, коефіцієнта Пуассона та коефіцієнта лінійного температурного розширення (КЛТР) прийняті  $E = 1 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu = 0,3$ ,  $\alpha = 20 \cdot 10^{-6}$  1/град відповідно. Результати порівнювалися зі значеннями, знайденими аналітичним розрахунком при вільному розширенні за відомими формулами [4]:

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T \quad (1)$$

$$\Delta r = \alpha \cdot \frac{d}{2} \cdot \Delta T \quad (2)$$

де  $l = 0,02$  м – початкова висота зразка,  $d = 0,02$  м – початковий діаметр зразка,  $\Delta l$ ,  $\Delta r$  – зміна висоти та радіуса зразка при зміні температури на  $\Delta T = -100$  град.

В результаті комп'ютерного моделювання отримані значення зміни висоти  $\Delta l$  і радіусу зразка  $\Delta r$  при охолодженні рівні  $-40 \cdot 10^{-6}$  м і  $-20 \cdot 10^{-6}$  м відповідно. Це повністю збігається з обчисленими значеннями за формулами (1) та (2):

$$\Delta l = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 0,02 \cdot (-100) = -40 \cdot 10^{-6} \text{ м,}$$

$$\Delta r = 20 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{0,02}{2} \cdot (-100) = -20 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

У другій задачі з результатами аналітичного розрахунку порівнювалися результати пружного рішення, одержаного за допомогою комп'ютерного моделювання, при охолодженні моделі на 100 град. у жорсткому закріпленні лише на торцях і в умовах всебічного закріплення. Властивості прийняті, як в першій задачі:  $E = 1 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu = 0,3$   $\alpha = 20 \cdot 10^{-6}$  1/град. Результати порівнювалися зі значеннями, знайденими за відомими формулами механіки. При закріпленні тільки по торцях [4]:

$$\sigma_y = \alpha \cdot E \cdot \Delta T \quad (3)$$

та при всебічному закріпленні [5]:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T}{(1-2 \cdot \mu)} \quad (4)$$

В результаті моделювання при закріпленні тільки на торцях отримані значення напружень рівні  $\sigma_y = -200$  МПа, що відповідає результату аналітичного рішення:  $\sigma_y = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot (-100) = -200$  МПа.

В результаті моделювання при всебічному закріпленні циліндра отримані значення напружень  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 500$  МПа. При рішенні за формулою (4) напруження дорівнюють:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot (-100)}{(1-2 \cdot 0,3)} = -500 \text{ МПа.}$$

Таким чином, рівні напружень при охолодженні, знайдені комп'ютерним моделюванням та аналітичним розрахунком, повністю збігаються, що підтверджує адекватність моделювання.

У третій задачі оцінювалася адекватність моделювання при охолодженні на 100°град. вузла з матеріалів з різними КЛТР. Вузол складається з двох циліндрів висотою  $l = 20$  мм та діаметром  $d = 20$  мм. Значення модуля пружності та коефіцієнта Пуассона для обох матеріалів взяті однаковими  $E = 1 \cdot 10^5$  МПа і  $\mu = 0,3$ . КЛТР для нижнього циліндра (матеріал 1)  $\alpha_1 = 20 \cdot 10^{-6}$  1/град, для верхнього циліндра (матеріал 2) розглядалося два варіанти: вдвічі менший і вдвічі більший КЛТР, ніж у матеріалі 1  $\alpha_2 = 10 \cdot 10^{-6}$  1/град. і  $\alpha_2 = 40 \cdot 10^{-6}$  1/град.

У результаті напружень і деформацій, що виникають після охолодження, порушується прямолінійність утворюючої. При цьому її викривлення зосереджено поблизу стику на невеликій ділянці, що не перевищує радіус вузла. На більшій частині висоти вузла утворююча зберігає прямолінійність. Її переміщення в матеріалі 1 складає -0,02 мм, в матеріалі 2 -0,01 і -0,04 мм с меншим і с більшим КЛТР відповідно. Це повністю відповідає вільному переміщенню, що визначається за формулою (2):

$$\text{в матеріалі 1 } \Delta r = 20 \cdot 10^{-6} \cdot (-100) \cdot \frac{20}{2} = -0,02 \text{ мм,}$$

$$\text{в матеріалі 2 с меншим КЛТР } \Delta r = 10 \cdot 10^{-6} \cdot (-100) \cdot \frac{20}{2} = -0,01 \text{ мм,}$$

$$\text{в матеріалі 2 с більшим КЛТР } \Delta r = 40 \cdot 10^{-6} \cdot (-100) \cdot \frac{20}{2} = -0,04 \text{ мм,}$$

що є підтвердженням адекватності моделювання.

У четвертій задачі оцінювалася адекватність моделювання при додатку осьового навантаження до вузла з матеріалів з різними модулями пружності. Фізична та скінченно-елементна модель вузла такі ж, як у попередній задачі. Значення коефіцієнта Пуассона для обох матеріалів  $\mu = 0,3$ . Модуль пружності для нижнього циліндра (матеріал 1)  $E_l = 1 \cdot 10^5$  МПа,

для верхнього циліндра (матеріал 2) розглядалося два варіанти  $E$ : удвічі менше  $E_2 = 0,5 \cdot 10^5$  МПа, і вдвічі більше  $E_2 = 2 \cdot 10^5$  МПа, ніж у нижнього. Осьове навантаження  $P = 10$  МПа.

В результаті навантаження порушується прямолінійність утворюючої вузла. При цьому її викривлення зосереджено поблизу стику. На більшій частині висоти вузла утворююча зберігає прямолінійність, переміщення її в нижньому матеріалі 1 складає  $0,301 \cdot 10^{-3}$  мм, в верхньому матеріалі 2 з меншим  $E$  дорівнює  $0,602 \cdot 10^{-3}$  мм, з більшим  $E$   $0,1495 \cdot 10^{-3}$  мм. Це повністю відповідає вільному переміщенню, що визначається як  $\Delta r = -\mu \cdot P \cdot \frac{d}{2 \cdot E}$  [5]:

в матеріалі 1  $\Delta r = -0,3 \cdot (-10) \cdot \frac{20}{2 \cdot 1 \cdot 10^5} = 0,3 \cdot 10^{-3}$  мм,

в матеріалі 2 меншої жорсткості  $\Delta r = -0,3 \cdot (-10) \cdot \frac{20}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^5} = 0,6 \cdot 10^{-3}$  мм,

в матеріалі 2 більшої жорсткості  $\Delta r = -0,3 \cdot (-10) \cdot \frac{20}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,15 \cdot 10^{-3}$  мм,

що є підтвердженням адекватності моделювання.

**Висновки.** Порівняння результатів аналітичного розрахунку при температурному та силовому навантаженні циліндричних зразків з результатами комп'ютерного моделювання показало їх практично повний збіг (з точністю до 3-х знаків), що свідчить про адекватність використовуваної методики моделювання.

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1]. Махненко, В. И. Роль математического моделирования в решении проблем сварки разнородных сталей (Обзор) / В. И. Махненко, Г. Ю. Сапрыкина // Автоматическая сварка. – 2002. – № 3. – С. 18–28.
- [2]. Миддельдорф, К. Тенденции развития технологий соединения материалов / К. Миддельдорф, Д. фон Хоффе // Автоматическая сварка. – 2008. – № 11. – С. 39–47.
- [3]. <https://www.ansys.com/academic/students>
- [4]. Опір матеріалів: Навчальний посібник / Грабчук В.С. – К.: Аграрна освіта, 2010. – 283 с
- [5]. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. VII. Теория упругости.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 264 с.

#### Method and verification adequacy of computer simulation the stress-strain state of nodes

M. Matviienko<sup>4</sup>, V. Kvasnytskyi<sup>2</sup>, G. Yermolayev<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup> Kherson Educational-Scientific Institute of Admiral Makarov National University of Shipbuilding

<sup>2</sup> National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

**Abstract.** A method of computer simulation of the stress-strain state of cylindrical nodes is proposed. Adequacy of computer finite-element modeling was verified. Comparison of analytical calculation results with computer simulation results showed good accuracy of the proposed method.

**Key words:** computer simulation; stress-strain state; analytical calculation; modeling adequacy