

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет кораблебудування
імені адмірала Макарова

**С. Б. Приходько, О. Б. Шнейдер,
Л. О. Латанська**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт з дисципліни
"Сучасна теорія управління"
Частина 2

Рекомендовано Методичною радою НУК

Миколаїв 2009

УДК 65.011.56(076)

Приходько С.Б., Шнейдер О. Б., Латанська Л.О. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни "Сучасна теорія управління": В 2 ч. – Миколаїв: НУК, 2009. – Ч. 2. – 40 с.

Кафедра програмного забезпечення автоматизованих систем

Методичні вказівки включають в собі теоретичні основи і методичні приклади виконання завдань для лабораторних робіт і рішення задач по основних розділах дисципліни.

Призначені для студентів четвертого курсу спеціальності 7.080401 – "Інформаційні управляючі системи та технології", а також для всіх студентів напрямку "Комп'ютерні науки".

Рецензент д-р техн. наук, проф. К.В. Кошкін

Згідно з наказом ректора НУК № 08 від 09.01.2008 "навчально-методичні посібники, методичні вказівки друкуються в авторській редакції" і відповідальність за їх редагування несе автор.

ВСТУП

Основна ціль цього посібника – проілюструвати методи сучасної теорії управління на прикладах і навчити студентів вирішувати складні задачі управління, реалізуючи їх на сучасних мовах програмування, а також у середовищі MATLAB із використанням пакета прикладних програм Control System Toolbox.

Дисципліна "Сучасна теорія управління" викладається студентам спеціальності 7.080401 – *"Інформаційні управляючі системи та технології"* у 8 семестрі. Вона відноситься до циклу фундаментальних дисциплін.

Структура методичних указівок така: кожний розділ починається ціллю роботи і постановкою задачі, приводяться необхідні теоретичні основи, приклади і задачі з їхньою реалізацією. Пропонуються варіанти завдань на лабораторні роботи, а також задачі для самостійного рішення, у тому числі ті, що залежать від параметрів m – остання цифра номера навчальної групи і n – номер студента за списком групи.

Посібник містить методики і приклади рішення задач аналізу вихідних процесів і стійкості лінійних безупинних і дискретних систем управління при детермінованих і випадкових впливах. При цьому використовуються такі форми опису систем, як: диференціальні рівняння, перехідні функції, інтегральні і спектральні перетворення. У основі викладу лежить представлення системи у виді різноманітних з'єднань утворюючих її ланок: рівнобіжного, послідовного, із зворотним зв'язком. Одна з лабораторних робіт при-

свячена дослідженню нелінійних безупинних систем управління, що описуються диференціальними рівняннями і структурними схемами з одним нелінійним елементом. Крім того, у посібнику знайшли відбиток методики рішення задач оптимального управління детермінованими системами.

Крім викладу основних положень класичної теорії управління, заснованої на проблемах стійкості і якості процесів у системі "об'єкт – регулятор", в методичних вказівках подано матеріал, який базується на основних роботах Л.С. Понтрягіна, Р. Калмана, Р. Беллмана і фактично є, по визначенню А.А. Красовського, сучасною теорією управління, що задовольняє вимогам науково – технічного прогресу, сучасної і перспективної автоматизації, широкому залученню обчислювальної техніки на етапах проектування й експлуатації як технічних, так і організаційних систем управління.

Посібник не містить початкових відомостей по мовах програмування, а також про роботу з пакетом MATLAB. Про них написано достатньо багато посібників і керівництв, існує вільно поширена документація.

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни "Сучасна теорія управління" можуть бути корисними для всіх студентів напрямку "Комп'ютерні науки", а також для студентів та аспірантів інших спеціальностей, що вивчають теоретичні основи управління складними системами.

Лабораторна робота № 6

Тема: Цифрові системи управління

Ціль роботи: Освоєння технології моделювання в середовищі Matlab/Simulink. Освоєння методу цифрового переустаткування безупинного регулятора

6.1 Постановка задачі

У роботі розглядається задача стабілізації судна на курсі. У роботі необхідно:

1. Побудувати модель безупинної системи в середовищі Matlab/Simulink.

2. Побудувати перехідний процес у безупинній системі при зміні курсу на 10 градусів.

3. Виконати переустаткування безупинного регулятора за допомогою перетворення Тастина $s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}$ при виборі інтервалу квантування $T = 1$ сек.

4. Побудувати модель цифрової системи в середовищі Matlab/Simulink.

5. Порівняти перехідні процеси в безупинній і цифровій системах при зміні курсу на 10 градусів.

6. Повторити процедуру для інтервалу квантування $T = 5$ сек., пояснити ефекти, що спостерігаються при збільшенні інтервалу квантування.

7. Для останнього варіанта розрахувати перерегулювання і час перехідного процесу.

6.2 Теоретичні відомості

ОБ'ЄКТ УПРАВЛІННЯ

Лінійна математична модель першого порядку, що описує нишпорення судна, має вид

$$\dot{\phi} = \omega_y$$

$$\dot{\omega}_y = -\frac{1}{T_s} \omega_y + \frac{K}{T_s} \delta$$

де φ – кут нишпорення (кут відхилення від заданого курсу), ω_y – кутова швидкість обертання навколо вертикальної осі, δ – кут повороту вертикального руля щодо положення рівноваги, T_s – постійна часу, K – постійний коефіцієнт, що має *розмірність* сек^{-1} . Передаточна функція від кута повороту руля до кута нишпорення запишеться у виді

$$F(s) = \frac{K}{s(T_s s + 1)}.$$

У лабораторній роботі досліджується модель судна-контейнеровоза:

$$T_s = 18,2 \text{ сек}, \quad K = 0,0694 \text{ сек}^{-1}.$$

Привод (рульова машина) приблизно моделюється ланкою першого порядку

$$G(s) = \frac{K_R}{T_R s + 1},$$

із параметрами $T_R = 2 \text{ сек}$, $K_R = 1$.

Для виміру кута нишпорення використовується гірокомпас, математична модель якого записується у виді аперіодичної ланки першого порядку з передаточною функцією

$$H(s) = \frac{K_{oc}}{T_{oc} s + 1},$$

де для даної системи $T_{oc} = 6 \text{ сек}$, $K_{oc} = 1$.

Структурна схема системи стабілізації показана на рис. 6.1.

РЕГУЛЯТОР

На судні встановлений пропорційно-інтегрально-диференціальний (ПІД) безупинний регулятор, що описується передаточною функцією

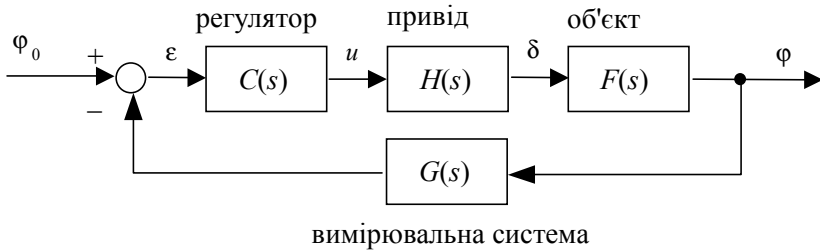


Рис. 6.1. Структурна схема системи стабілізації судна на курсі

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T_V s + 1} \right)$$

с параметрами $K_c = 0,8$, $T_I = 1000$ сек, $T_D = T_S = 18,2$ сек, $T_V = 1$ сек.

6.3 Приклад виконання роботи

ПІДГОТУВАННЯ ВИХІДНИХ ДАНИХ

1. Запустіть систему Matlab.

2. Введіть дані для передаточної функції $F(s)$:

```
Ts = 18.2;
```

```
K = 0.0694;
```

```
F = tf(K, [Ts 1 0])
```

```
[n,d] = tfdata(F, 'v')
```

Останній рядок означає, що чисельник і знаменник скалярної передаточної функції $F(s)$ записані в поліном **n** і **d**.

3. Аналогічно опишіть всі інші передаточні функції (ці операції можна виконати інакше, написавши скрипт на мові системи Matlab у виді файла).

МОДЕЛЬ БЕЗУПИННОЇ СИСТЕМИ

1. Запустіть пакет Simulink, набрав у командному вікні системи Matlab

```
>> simulink
```

2. Створіть нову модель (**File – New – New model**).

3. Виберіть групу елементів **Continuous** у вікні **Simulink**

Library Browser і перетягніть у вікно нової моделі елемент **Transfer Fcn** (передаточна функція).

Двічі клацніть мишею по цьому блоці і введіть n у поле Numerator і d у поле Denominator. Це означає, що чисельник і знаменник передаточної функції повинні бути задані в командному вікні системи Matlab як поліном з іменами n і d .

Клацніть на цьому блоці правою кнопкою миші і виберіть пункт **Format – Flip name** з контекстного меню. При цьому назва блока повинна переміститися нагору.

Клацніть на блоці лівою кнопкою миші і змініте назву блока на **Ship**.

Аналогічно додайте блоки, що відповідають рульовому пристрою, вимірювальній системі і регулятору.

Щоб змінити напрямок проходження сигналу через блок зворотного зв'язку, двічі виберіть пункт **Format – Rotate block** із контекстного меню.

Для того, щоб змодельовати східчастий вхідний сигнал, перетягніть блок **Sources – Step** із вікна **Simulink Library Browser** у вікно моделі.

Двічі клацніть мишею по цьому блоці і введіть 0 у поле Step time і $10 \cdot \pi / 180$ у поле Final value (зміна курсу на 10 градусів).

Для створення елемента, що підсумовує, перетягнете блок **Math operation – Sum** із вікна Simulink Library Browser у вікно моделі.

Двічі клацніть мишею по цьому блоці і введіть \pm у поле **List of signs** (другий вхід – від'ємний зворотний зв'язок).

Для того, щоб на виході одержати значення кута нишпорення і кута перекладки руля в градусах, додайте в модель два блоки-підсилювачі (**Math operations – Gain**). Для кожного з них виберіть (клацнувши двічі по блоці) коефіцієнт підсилення $180/\pi$.

Для перегляду графіків зміни кута нишпорення і кута перекладки руля додайте в модель два блоки-осцилографи (**Sinks – Scope**).

З'єднаєте потрібні входи і виходи блоків. Для цього треба натиснути ліву кнопку миші на виході елемента-джерела сигналу і вести мишу до потрібного входу елемента-приймача, де відпустити кнопку миші. Для того, щоб зробити розвилку, наприклад, при створенні лінії зворотного зв'язку, треба натиснути на праву кноп-

ку миші в потрібному місці лінії і, не відпускаючи її, протягнути лінію до входу потрібного блока. У результаті повинна утворитися схема, показана на рис. 6.2.

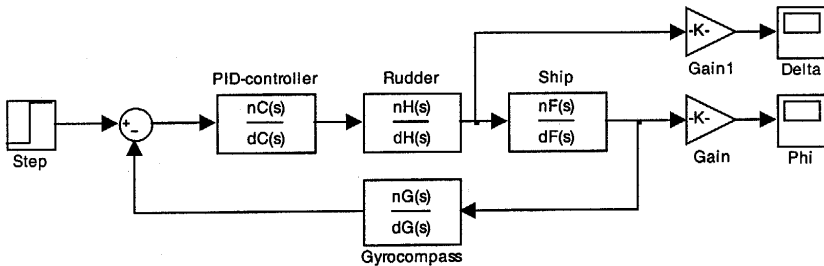





Рис. 6.2. Модель безупинної системи стабілізації

МОДЕЛЮВАННЯ

Для установки часу моделювання (150 секунд) у вікні моделі виберіть пункт меню **Simulation – Parameters** і встановіть для параметра Stop time значення 150.

Для того, щоб почати моделювання, клацніть по кнопці  або виберіть пункт меню **Simulation – Start** (рис. 6.3).

Для того, щоб подивитися графіки, клацніть двічі по блоці **Scope**.

Якщо графік не поміщається у вікно, для автоматичного масштабування клацніть по кнопці  у вікні графіка, а потім – по кнопці  (щоб запам'ятати налаштування). У такий спосіб настройте вікна обох елементів.

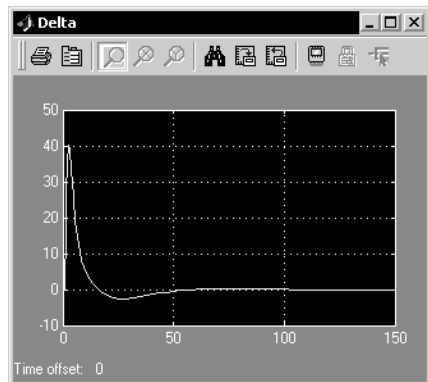
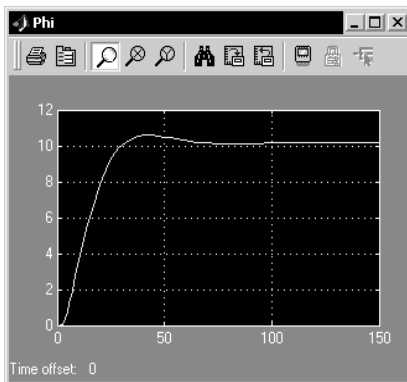


Рис. 6.3. Характеристики безупинної системи

ПЕРЕУСТАТКУВАННЯ БЕЗУПИННОГО РЕГУЛЯТОРА

Перейдіть у командне вікно системи Matlab. Для побудови дискретного регулятора, переустаткованого по методу Тастина, уведіть команди

```
>> T = 1;  
>> Cd = c2d ( C, T, 'tustin' );  
>> [nCd,dCd] = tfdata ( Cd, 'v' ) ;
```

Перша з них визначає інтервал квантування (1 сек), друга – будує дискретний регулятор, отриманий із регулятора C за допомогою перетворення Тастина, а третя виділяє його чисельник і знаменник.

МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ

1. Перейдіть у вікно моделі системи. На цьому етапі треба побудувати модель цифрової системи (рис. 6.4) і порівняти її з вихідною моделлю. Для цього зробимо так, щоб кожний елемент **Scope** виводив два сигнали (від безупинної і цифрової систем).

2. Обведіть рамкою (при натиснутій лівій кнопці миші) два елементи **Scope** разом із підсилювачами і відокреміть їх від системи, перетягуючи при натиснутій клавіші **Shift**.

3. Виділіть всі елементи замкнутого контуру і скопіюйте їх (перетягуючи при натиснутій клавіші **Ctrl**) на вільне місце нижче першої схеми.

4. У новій схемі видалите блок, що відповідає безупинному регулятору, і встановите на його місце блок типу **Discrete Transfer Fcn** із групи **Discrete**. Зробіть подвійний щиголь мишею по цьому блоці і введіть **nCd** поле **Numerator**, **dCd** поле **Denominator** і **T** поле **Sample time**.

5. Для того щоб об'єднати два сигнали в один векторний сигнал, використовують блок-мультиплексор. Перетягніть два таких блоки (блоки **Mux** із групи **Signal routing** або, в інших версіях, із групи **Connections**) у свою модель. На вхід одного мультиплексора подайте сигнали виходу безупинної і цифрової систем (кути нишпорення), а на входи другого – сигнали управління (кути повороту руля). Виходи мультиплексоров з'єднайте з входами підсилювачів перед блоками-осциллографами. Тепер у вікні осциллографів виведені два графіки.

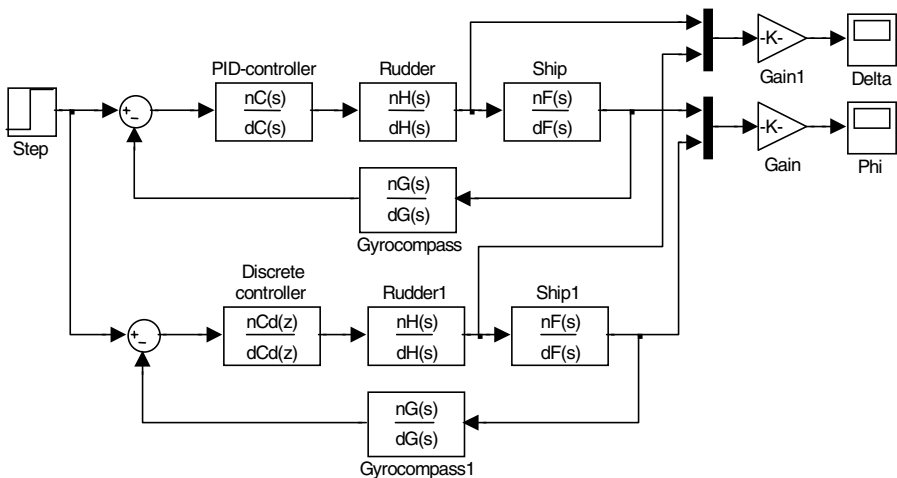


Рис. 6.4. Модель для порівняння безупинної і цифрової систем

6. Виконайте моделювання цієї системи.

7. Виконайте переустаткування для інтервалу квантування 5 сек і наново проведіть моделювання. Поясніть отримані результати.

8. По графіку визначте час перехідного процесу і перерегулювання для безупинної і цифрової систем.

6.4 Варіанти завдань

Номер варіанта	TS	TR	K	KR	Toc	Koc	Kc	TI	TD= TS	TV
1	18,20	2	0,07	1	6	1	0,80	1000	18,20	1
2	19,02	3	0,07	1	5	1	0,47	831	19,02	1
3	18,87	4	0,04	1	3	1	0,50	920	18,87	1
4	18,48	5	0,02	1	1	1	0,61	933	18,48	1
5	18,34	2	0,06	1	3	1	0,63	863	18,34	1
6	18,22	3	0,06	1	2	1	0,24	943	18,22	1
7	18,84	4	0,07	1	5	1	0,93	854	18,84	1
8	18,69	5	0,05	1	6	1	0,82	976	18,69	1
9	18,69	2	0,05	1	3	1	0,38	846	18,69	1
10	18,93	3	0,00	1	5	1	0,53	986	18,93	1
11	18,51	4	0,06	1	4	1	0,30	858	18,51	1

Номер варіанта	TS	TR	K	KR	Toc	Koc	Kc	TI	TD= TS	TV
12	18,22	5	0,02	1	4	1	0,02	917	18,22	1
13	18,59	2	0,02	1	5	1	0,05	822	18,59	1
14	18,60	3	0,06	1	5	1	0,19	926	18,60	1
15	18,45	4	0,06	1	3	1	0,55	886	18,45	1
16	18,33	5	0,03	1	4	1	0,70	847	18,33	1
17	18,60	6	0,04	1	3	1	0,68	848	18,60	1
18	18,81	3	0,04	1	4	1	0,39	825	18,81	1
19	18,27	5	0,01	1	5	1	0,79	905	18,27	1
20	19,02	2	0,01	1	6	1	0,90	961	19,02	1
21	18,51	3	0,06	1	2	1	0,70	965	18,51	1
22	18,86	5	0,01	1	3	1	0,57	924	18,86	1
23	18,97	3	0,05	1	5	1	0,54	898	18,97	1
24	18,46	3	0,02	1	4	1	0,38	908	18,46	1
25	18,33	3	0,04	1	3	1	0,72	925	18,33	1

Зміст звіту:

1. стислий опис системи і постановку задачі
2. опис методу переустаткування безупинних регуляторів за допомогою білінійного перетворення Тастина
3. схему моделі, побудовану в середовищі Simulink (для копіювання моделі в буфер обміну треба вибрати команду верхнього меню **Edit – Copy model to clipboard** у вікні моделі)
4. результати моделювання (графіки перехідних процесів)
5. пояснення результатів
6. висновки

6.5 Контрольні питання і завдання

1. Що таке квантування?
2. Що таке квантування по часу?
3. Що таке квантування по рівню?
4. Реальний і ідеальний квантівники
5. Сформулюйте теорему Котельнікова-Шеннона.
6. Поясніть поняття дискретне перетворення Лапласа і z-перетворення.
7. Як визначається передаточна функція дискретної системи?

Лабораторна робота № 7

Тема: Дослідження нелінійних динамічних систем методом фазових траєкторій

Ціль роботи: Ознайомитися з методом фазових траєкторій для дослідження нелінійних динамічних систем.

7.1 Постановка задачі

Для системи управління, схема якої зображена на рис. 7.1, при нульових початкових умовах побудувати фазову траєкторію.

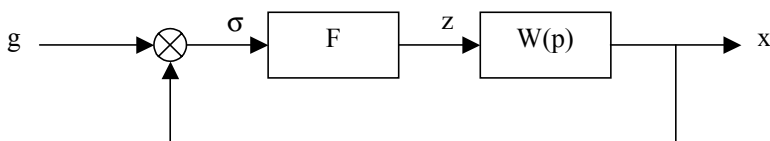


Рис. 7.1

7.2 Теоретичні відомості

Для дослідження вільного руху систем, що описуються диференціальним рівнянням другого порядку

$$\ddot{x}(t) = f(x(t), \dot{x}(t)), \quad (7.1)$$

де $f(x, \dot{x})$ – кусочно-безупинна функція, застосовується метод фазової площини.

Перепишемо рівняння (7.1) у виді системи двох рівнянь першого поряд

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t), \quad (7.2)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(x(t), y(t)).$$

Оскільки час t входить неявно в рівняння руху (аналізована

система **автономна**), то його легко виключити, розділивши друге рівняння системи (7.2) на перше. Одержимо **рівняння фазових траєкторій** системи

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}, \quad (7.3)$$

яке зв'язує становище x і швидкість руху $y = \dot{x}$ системи (7.2). Рішення $y = y(x)$ рівняння називається **фазовою траєкторією**, а похідна $\frac{dy}{dx}$ – **фазовою швидкістю**.

Зауважимо, що для визначення вільного руху $x(t)$ потрібно вирішувати рівняння (7.1) другого порядку з початковими умовами $x(t_0) = x_0, \dot{x}(t_0) = \dot{x}_0$. Фазова траєкторія $y = y(x)$ визначається як рішення рівняння першого порядку при початковій умові $y(x_0) = \dot{x}_0$.

Графіки фазових траєкторій будуються на фазовій площині в координатах x и $y = \dot{x}$. Зміні становища системи (7.2) із часом відповідає рух зображаючої точки $(x(t), \dot{x}(t))$ по фазовій траєкторії. Тим самим аналіз вільного руху зводиться до побудови фазових траєкторій системи (7.2), що показують її поведінку на фазовій площині.

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ФАЗОВОЇ ТРАЄКТОРІЇ

1. Скласти диференціальне рівняння вільного руху системи

$$\ddot{x}(t) = f(x(t), \dot{x}(t)),$$

якщо система управління задана структурною схемою або описана яким-небудь іншим засобом.

2. Записати рівняння фазових траєкторій $\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}$ і по-

чаткову умову у виді $y(x_0) = \dot{x}_0$.

3. Одержати фазову траєкторію $y = y(x)$, вирішуючи задачу Коші, поставлену в п. 2.

4. Побудувати графік залежності $y = y(x)$ на фазовій площині (y координатах x и y). Зазначити (стрілкою) напрямок руху по фазовій траєкторії, що відбувається убік збільшення координати x при $y > 0$ і убік зменшення абсциси при $y < 0$. Відзначимо, що вісь абсцис фазові траєкторії перетинають вертикально.

7.3 Приклади виконання роботи

Приклад 7.1. Для системи управління, структурна схема якої зображена на рис. 7.2, при початкових умовах $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$ побудувати фазову траєкторію.

1. По структурній схемі складаємо диференціальне рівняння. Сигнали g, σ, x пов'язані співвідношеннями $\ddot{x} = \sigma, \sigma = g - x$. Отже, вільний рух при $(g(t) \equiv 0)$ описується рівнянням $\ddot{x} = -x$.

2. Записуємо рівняння фазових траєкторій і початкову умову

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}, \quad y(1) = 0. \quad (7.4)$$

3. Розділяючи перемінні в рівнянні (7.4) і інтегруючи, одержуємо $\frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + \frac{c^2}{2}$. З загального інтеграла $x^2 + y^2 - c^2 = 0$ рівняння (7.4) виділяємо часний інтеграл $x^2 + y^2 - 1 = 0$, що задовольняє початковій умові.

4. Часний інтеграл у неявному виді задає фазову траєкторію, графік якої є окружністю. На рис. 7.3 зображені шукана фазова траєкторія і зазначений напрямок руху по ній, що відповідає зміні $x(t)$ становища і $\dot{x}(t)$ швидкості аналізованої системи з часом. Як бачимо, дана система управління при відсутності зовнішніх впливів робить незатухаючі (тому що фазова траєкторія – замкнута лінія) коливання.

Зауваження. Якщо в системі присутні нелінійні елементи, що мають релейний характер, або елементи з зоною нечутливості

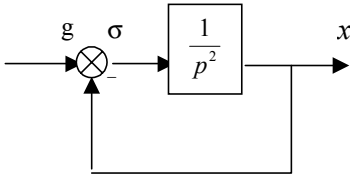


Рис. 7.2

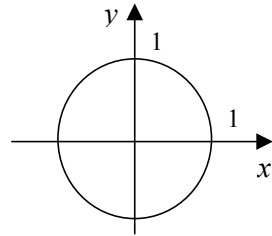


Рис. 7.3

або з зоною неоднозначності, то фазову площину варто розбити на області і для кожної області записати відповідне рівняння фазових траєкторій. Потім необхідно побудувати фазову траєкторію в області, що містить початкову точку (x_0, \dot{x}_0) . Якщо фазова траєкторія, що виходить із точки (x_0, \dot{x}_0) , досягає межі, що відокремлює початкову область від сусідньої, то варто знайти координати точки (x_1, \dot{x}_1) її перетинання з межею. Ці координати використовуються в якості початкових умов для розв'язання рівняння фазових траєкторій, що відповідає сусідньої області.

Таким чином, побудова фазової траєкторії для аналізованих систем починається з області, що містить початкову точку (x_0, \dot{x}_0) , і продовжується послідовно з переходами від області до області. Відзначимо, що на межі областей фазова траєкторія безупинна, а

фазова швидкість $\frac{dy}{dx}$ може терпіти розрив.

Приклад 7.2. Для системи управління, структурна схема якої зображена на рис. 7.4, при початкових умовах $x(0) = 3, \dot{x}(0) = 0$ побудувати фазову траєкторію.

По структурній схемі складаємо диференціальне рівняння вільного руху ($g(t) \equiv 0$):

$$\ddot{x} = z$$

$$z = F(\sigma, \dot{\sigma}), \quad \Rightarrow \ddot{x} = F(-x, -\dot{x})$$

$$\sigma = -x,$$

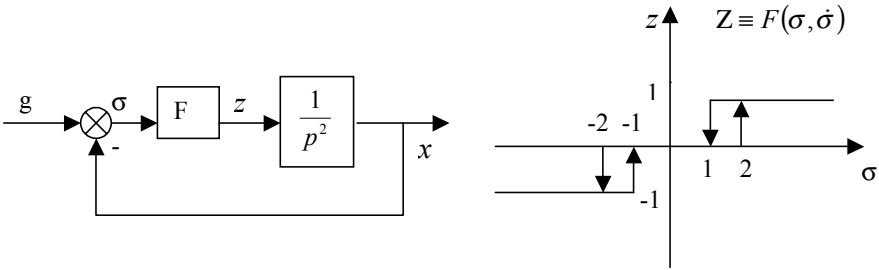


Рис. 7.4

Оскільки функція F непарна, то рівняння руху можна записати так: $\ddot{x} = -F(x, \dot{x})$. Тоді рівняння фазових траєкторій буде мати вид

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F(x, y)}{y}$$

Дана система містить релейний елемент F із зоною нечутливості і з зоною неоднозначності. Розділимо фазову площину на три області: **А**, **Б**, **В** (рис. 7.5), у кожній із яких функція $F(x, y)$ приймає значення: $-1, 0, 1$.

Запишемо рівняння фазових траєкторій:

для області **А**: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y}$; для області **Б**: $\frac{dy}{dx} = 0$; для області

В: $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{y}$.

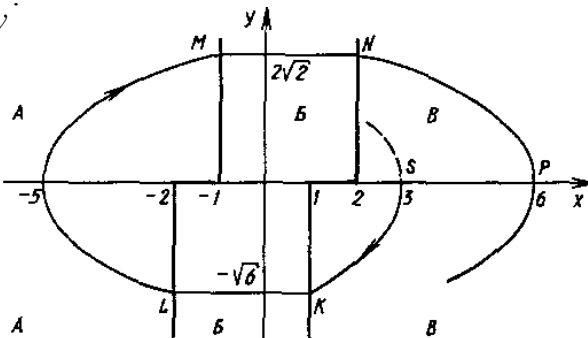


Рис. 7.5

Початкова точка $S(3; 0)$ лежить в області \mathbf{B} , тому спочатку вирішуємо задачу Коші

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{y}, y(3) = 0$$

для цієї області. Інтегруючи рівняння, одержуємо сімейство парабол,

$\frac{y^2}{2} = -x + c$, із якого вибираємо параболу $x = 3 - \frac{y^2}{2}$, що проходить через початкову точку $S(3; 0)$.

Встановлюємо напрямок руху зображуючої точки по даній параболі і відкидаємо одну з її гілок (гілка при $v > 0$), тому що рух по цій гілці могло бути тільки до початкового моменту часу. Гілка параболі, що залишилася, досягає межі ($x = 1; y < 0$) області \mathbf{B} в точці $K(1; -\sqrt{6})$ і потрапляє в область \mathbf{B} . Складаємо задачу Коші для області \mathbf{B} :

$$\frac{dy}{dx} = 0, y(1) = -\sqrt{6}.$$

Як бачимо, в області \mathbf{B} фазова швидкість не змінюється і фазова траєкторія є прямою: $y(x) = -\sqrt{6}$. Межу ($x = -2, y < 0$) області \mathbf{B} ця пряма перетинає в точці $L(-2; -\sqrt{6})$. Далі послідовно одержуємо:

$$\text{дуга } LM : x = \frac{y^2}{2} - 5; M(-1; 2\sqrt{2});$$

$$\text{дуга } MN : y = 2\sqrt{2}; N(2; 2\sqrt{2});$$

$$\text{дуга } NP : x = 6 - \frac{y^2}{2}; P(6; 0).$$

Фазова траєкторія системи зображена на рис. 7.5.

7.4 Варіанти завдань

Варіанти завдання

Об'єкт управління $W(p)$	Варіант	Нелінійність	Параметри
$\frac{k}{p(Tp+1)}$	1,2,3,4,5	1,2,3,4,5	$k=1.4 \ T=0.5$
	6,7,8,9,10	1,2,3,4,5	$k=2.4 \ T=1.5$
	11,12,13, 14,15	1,2,3,4,5	$k=3.5 \ T=1.4$
$\frac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)}$	16,17,18, 19,20	1,2,3,4,5	$k=5 \ T_1=0.18 \ T_2=0.3$
	21,22,23, 24,25	1,2,3,4,5	$k=3 \ T_1=0.3 \ T_2=0.5$
	26,27,28, 29,30	1,2,3,4,5	$k=4 \ T_1=0.4 \ T_2=0.7$

Зміст звіту:

1. Вихідні передатні функції лінійної і нелінійної частини системи з указівкою значень коефіцієнтів.
2. Диференціальне рівняння вільного руху системи.
3. Рівняння фазових траєкторій.
4. Графік фазової траєкторії.
5. Програми розрахунку і побудови характеристик.
6. Висновки по роботі.

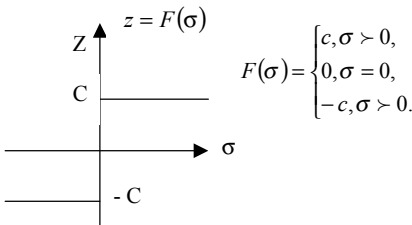


Рис. 7.6. Нелінійність 1 (релейний елемент)

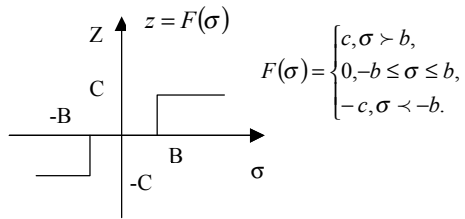


Рис. 7.7. Нелінійність 2 (релейний елемент з зоною нечутливості)

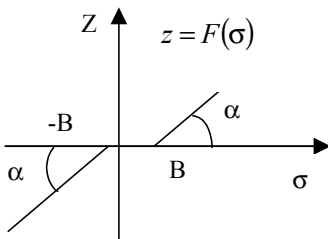
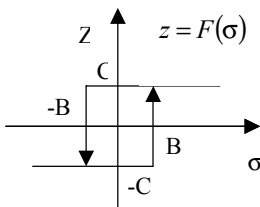
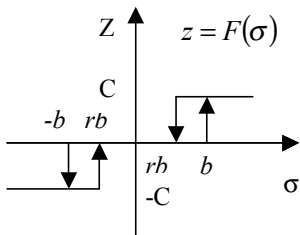


Рис. 7.8. Нелінійність 3 (елемент з зоною нечутливості)



$$F(\sigma, \dot{\sigma}) = \begin{cases} c, \sigma \geq b \text{ или } \begin{cases} -b < \sigma \leq b \\ u\dot{\sigma} < 0 \end{cases} \\ -c, \sigma \leq -b \text{ или } \begin{cases} -b < \sigma \leq b \\ u\dot{\sigma} > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Рис. 7.9. Нелінійність 4 (елемент з петлею гистерезиса)



$$F(\sigma, \dot{\sigma}) = \begin{cases} c, \sigma \geq b \text{ или } \begin{cases} rb < \sigma < b \\ u\dot{\sigma} < 0 \end{cases} \\ 0, -rb \leq \sigma \leq rb \text{ или } \begin{cases} rb < \sigma < b \\ u\dot{\sigma} > 0 \end{cases} \\ \text{или } \begin{cases} -b < \sigma < -rb \\ u\dot{\sigma} > 0 \end{cases} \\ -c, \sigma \leq -b \text{ или } \begin{cases} -b < \sigma < -rb \\ u\dot{\sigma} > 0 \end{cases} \end{cases}$$

$0 < r < 1$

Рис. 7.10. Нелінійність 5 (елемент з зонами нечутливості і неоднозначності)

7.5 Контрольні питання і завдання

1. Що називається фазовою траєкторією?
2. Що таке фазова швидкість системи?
3. Яким методом можна одержати рівняння фазової траєкторії?
4. Сформулювати алгоритм побудови фазової траєкторії.
5. Перерахувати типові нелінійні елементи.

Лабораторна робота № 8

Тема: Синтез оптимального управління з повним зворотним зв'язком

Ціль роботи: Ознайомлення з методикою побудови лінійних оптимальних систем управління з повним зворотним зв'язком методом динамічного програмування Белмана.

8.1 Постановка задачі

Математична модель системи, що описує поведінку об'єкта управління, має вид

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \quad (8.1)$$

$$y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1,$$

з початковою умовою

$$x(0) = x_0, \quad (8.2)$$

заданий функціонал якості управління –

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} x^T(k)Q(k)x(k) + u^T(k)R(k)u(k) \quad (8.3)$$

де $Q(k)$, – невід'ємно визначена симетрична матриця розміру $(n \times n)$, $R(k)$ – позитивно визначена симетрична матриця $(q \times q)$.

Потрібно знайти управління $u^*(k, x)$ із повним зворотним зв'язком, що мінімізує функціонал (8.3).

8.2 Теоретичні відомості

Нехай поведінка моделі об'єкта управління описується звичайним диференціальним рівнянням

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad (8.4)$$

де x – вектор стану системи, $x \in \mathbf{R}n$, $\mathbf{R}n$ – n -мірний евклідовий простір; u – вектор управління, і $u \in U \subset \mathbf{R}n$, U – деяка задана множина допустимих значень управління, t ($T = [t_0, t_1]$) – інтервал часу функціонування системи, моменти початку t_0 і закінчення процесу t_1 задані, $f(t, x, u): T \times \mathbf{R}n \times U \rightarrow \mathbf{R}n$.

Задано функціонал якості управління

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f^0(t, x(t), u(t))dt + F(x(t_1)), \quad (8.5)$$

де $f^0(t, x, u)$, $F(x)$ – задані функції, що безупинно диференціюються. Передбачається, що при управлінні використовується інформація про поточний час і вектор стану x .

Застосовуване в кожний момент часу $t \in T$ управління має вид управління с повним зв'язком по всім змінним вектора стану (рис. 8.1).

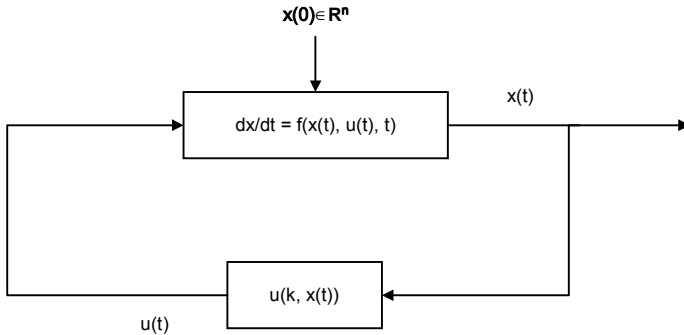


Рис. 8.1. Схема управління з повним зворотним зв'язком по вектору стану

Потрібно знайти таку функцію $u^*(t, x) \in U_n$, що

$$J = \min_{u \in U} J, \quad \forall x_0 \in \mathbf{R}^n. \quad (8.6)$$

Функція $u^*(t, x) \in U_n$ називається оптимальним управлінням із повним зворотним зв'язком. Для будь-якого початкового стану x_0 із множини \mathbf{R}^n вона породжує відповідну оптимальну пару, тобто оптимальну траєкторію $x^*(\cdot)$ і оптимальне програмне управління $u^*(\cdot)$.

Достатньою умовою мінімуму функціонала (8.5) є рівняння Беллмана для безупинних детермінованих систем.

Якщо існує функція $\phi(t, x)$ ($C1,^1$, що задовольняє рівнянню Беллмана з граничною умовою:

$$\max_{u \in U} \left\{ \frac{\partial \phi(t, x)}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi(t, x)}{\partial x_i} f_i(t, x, u) - f^0(t, x, u) \right\} = 0, \quad \forall (t, x), \quad (8.7)$$

$$\phi(t_1, x) = -F(x), \quad \forall x \in \mathbf{R}^n,$$

і управління $u^*(t, x) \in Un$, що задовольняє умові

$$u^*(t, x) = \arg \max_{u \in U} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi(t, x)}{\partial x_i} f_i(t, x, u) - f^0(t, x, u) \right\},$$

то $u^*(t, x)$ є оптимальним управлінням із повним зворотним зв'язком. При цьому мінімальне значення функціонала (8.5)

$$\min_u J = -\phi(t_0, x_0), \quad \forall x_0 \in R^n. \quad (8.8)$$

Нехай система, що описує поведінку моделі об'єкта управління, має вид

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t), \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned} \quad (8.9)$$

Нехай функціонал якості управління квадратичний:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} [x^T(t)S(t)x(t) + u^T(t)Q(t)u(t)] dt + \frac{1}{2} x^T(t_1)\Lambda x(t_1) \quad (8.10)$$

де $S(t)$, Λ – невід'ємно визначені симетричні матриці розміру $(n \times n)$, а $Q(t)$ – позитивно визначена симетрична матриця $(q \times q)$.

Використовуємо відомі правила і позначення :

$$\begin{aligned} 1. \frac{\partial(Ax)}{\partial x} &= A^T; & 2. \frac{\partial(x^T Ax)}{\partial x} &= Ax + A^T x; & 3. (AB)^T &= B^T A^T; \\ 4. x^T Ax \equiv 0 &\Leftrightarrow A + A^T = 0; & 5. \operatorname{tr} A &= \sum_i a_{ii}. \end{aligned}$$

Рівняння Белмана для даної задачі і має вид

$$\max_{u \in R^q} \left\{ \frac{\partial \phi(t, x)}{\partial t} + \left(\frac{\partial \phi(t, x)}{\partial x} \right)^T [A(t)x + B(t)u] - \frac{1}{2} [x^T(t)S(t)x(t) + u^T(t)Q(t)u(t)] \right\} = 0,$$

$$\varphi(t_1, x) = -\frac{1}{2}x^T \Lambda x \quad (8.11)$$

Звідси

$$u^*(t, x) = \arg \max_{u \in U} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t} \right)^T B(t)u - \frac{1}{2}u^T(t)Q(t)u(t) \right\}.$$

Знайдемо максимум в останньому виразі по управлінню з використанням необхідних умов екстремума і правила 1–3. Диференціюючи вираз у квадратних скобках по u і прирівнюючи результат нулю, одержуємо структуру оптимального управління:

$$u^*(t, x) = Q^{-1}(t)B^T(t)\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t}. \quad (8.12)$$

Рішення рівняння (8.11) шукається у виді

$$\varphi(t, x) = \frac{1}{2}x^T K_2 x, \quad (8.13)$$

де $K_2(t)$ – невідома симетрична матриця ($n \times n$).

Підставляючи (8.13) у рівняння (8.11), прирівнюючи нулю квадратичні форми, одержуємо:

$$\begin{aligned} \dot{K}_2(t) &= -A^T(t)K_2(t) - K_2(t)A(t) - K_2(t)B(t)Q^{-1}(t)B^T(t)K_2(t) + S(t), \\ K_2(t_1) &= -\Lambda \end{aligned} \quad (8.14)$$

Вирішуючи рівняння Риккати (8.14), можна одержати явний вид оптимального управління (8.12) із повним зворотним зв'язком

$$u^*(t, x) = Q^{-1}(t)B^T(t)K_2(t)x. \quad (8.15)$$

Мінімальна величина функціонала обчислюється по формулі

$$\min J = -\varphi(t_0, x_0) = -\frac{1}{2}x_0^T K_2(t_0)x_0.$$

Розглянемо дискретний випадок

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \quad (8.16)$$

$$y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k) \\ k = 0, 1, \dots, N-1,$$

з початковою умовою

$$x(0) = x_0, \quad (8.17)$$

і функціоналом якості

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} \left(x^T(k)Q(k)x(k) + u^T(k)R(k)u(k) \right) + \left(x^T(N)\Lambda x(N) \right) \quad (8.18)$$

де $Q(k)$, Λ – невід'ємно визначені симетричні матриці розміру $(n \times n)$, $R(k)$ – позитивно визначена симетрична матриця $(q \times q)$.

Потрібно знайти управління $u^*(k, x)$ із повним зворотним зв'язком, що мінімізує функціонал (8.19).

Рівняння Беллмана приймають вид

$$B(k, x) = \min_u [x^T Q(k)x + u^T R(k)u + B(k+1, A(k)x + B(k)u)] \quad (8.19)$$

Функція Беллмана $B(k, x)$ шукається у формі

$$B(k, x) = x^T P(k)x, \quad (8.20)$$

де $P(k)$ – де невідома невід'ємно визначена симетрична матриця розміру $(n \times n)$.

Підставляючи (8.20) у (8.19) одержуємо, що в задачі (8.16)–(8.18) оптимальне управління визначається співвідношенням

$$u^*(k, x) = -K(k)x, \quad k = \overline{0, N-1}, \quad (8.21)$$

де $K(k)$ – матриця коефіцієнтів підсилення регулятора розміру $(q \times n)$

$$K(k) = [R(k) + B^T P(k+1)B(k)]^{-1} B^T(k) P(k+1) A(k), \quad k = 0, N-1 \quad (8.22)$$

а матриця $P(k)$ розміру $(n \times n)$ задовольняє рівнянню

$$P(k) = Q(k) + K^T(k)R(k)K(k) + [A(k) - B(k)K(k)]^T P(k+1) [A(k) - B(k)K(k)], \quad k = \overline{N-1, 0},$$

$$P(N) = \Lambda. \quad (8.23)$$

Мінімальна величина функціонала визначається по формулі

$$\min J = x_0^T P(0) x_0. \quad (8.24)$$

Структурна схема регулятора системи управління зі зворотним зв'язком по всім змінним стана зображений на рис. 8.2.

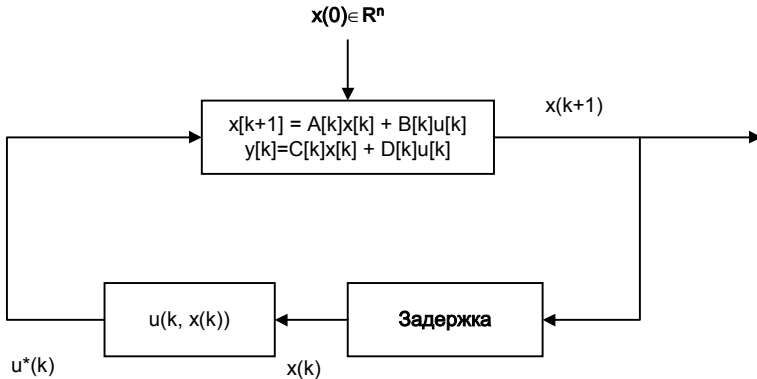


Рис. 8.2. Схема регулювання.

Для кожного початкового стана x_0 оптимальний лінійний регулятор породжує оптимальне програмне управління $u^*(x, k)$ і оптимальну траєкторію $x^*(k)$.

ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Для синтезу оптимального регуляторів лінійних стаціонарних систем у Control System Toolbox є функції рішень рівнянь Беллмана (табл. 8.1).

Таблиця 8.1. Функції Control System Toolbox

Синтаксис	Опис
$[K \ P \ e] = \text{lqr}(A, B, Q, S)$	Синтез безупинного регулятора
$[K \ P \ e] = \text{lqr}(A, B, Q, S, N)$	Синтез безупинного регулятора
$[K \ P \ e] = \text{dlqr}(A, B, Q, R)$	Синтез дискретного регулятора
$[K \ P \ e] = \text{dlqr}(A, B, Q, R, N)$	Синтез дискретного регулятора
$[K \ P \ e] = \text{lqrd}(A, B, Q, R, Ts)$	Синтез дискретного регулятора
$[K \ P \ e] = \text{lqrd}(A, B, Q, R, N, Ts)$	Синтез дискретного регулятора

Функція lqr обчислює матрицю коефіцієнтів регулювання K зі середньоквадратичним функціоналом якості без термінального члена:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [x^T Q x + u^T S u + 2x^T N u] dt,$$

при цьому обчислюються матриця P , що є рішенням рівняння Риккати і власні значення e матриці $(A - BK)$.

Функція $dlqr$ обчислює матрицю коефіцієнтів регулювання по всім змінним стана K для дискретної системи зі середньоквадратичним функціоналом якості без термінального члена:

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) + x^T(k) N u(k)),$$

при цьому обчислюються матриця P , що є рішенням рівняння Риккати і власні значення e матриці $(A - BK)$.

Функція $lqrd$ призначена для синтезу оптимального дискретного регулятора безупинної системи з середньоквадратичним функціоналом якості:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [x^T Q x + u^T S u + 2x^T N u] dt.$$

У якості параметра у функцію передається крок дискретизації T_s , повертаються значення матриці K дискретного управління, матриця P , що є рішенням рівняння Риккати і власні значення e матриці системи управління, отриманий у результаті дискретизації.

При використанні всіх команд синтезу оптимального лінійного регулятора по всім змінним стана на вихідні дані накладаються такі обмеження:

- система, визначувана матрицями (A, B) повинна бути стабілізуєма;
- повинні виконуватися нерівності $S > 0, Q - NR^{-1}NT >$

• 0, пара матриць ($Q - NR^{-1}NT$, $A - BR^{-1}BT$) не повинна мати моди, що наблюдаються з власними значеннями на дійсній осі.

Для виконання практичної роботи необхідно виконати такі дії:

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Запустити систему MATLAB.
3. Створити ss-об'єкта, відповідно до заданого варіанта.
4. Визначити матриці $P(k)$, $K(k)$.
5. Побудувати оптимальний регулятор $u^*(k, x) = -K(k)x$.
6. Визначити значення функціонала на оптимальному управлінні.
7. Побудувати графіки динаміки системи при ненульових початкових умовах.
8. Відповісти на контрольні питання.
9. Оформити звіт і захистити роботу.

8.3 Приклад виконання роботи

Нижче приведений приклад script-файла, що моделює систему управління і синтез оптимального регулятора.

```
% Параметри системи
A=[1 0; -2 1];
B=[1 0; 1 0]';

% Параметри критерія качества управління
Q=[1/2 0; 0 1/2];
R=[1/2 0; 0 1/2];

% Час регулювання
T=10;

% Час регулювання.5;
% Кількість шагов
N=T/SS

% Обчислення параметрів регулятора
[k p e]=dlqr(A, B, Q, R)
x = zeros(2, N);
u= zeros(2, N-1);
```

```

% Початкові умови
x(1,1)=2;
x(2,1)=1;

% Побудова графіків динаміки системи
for i=1:N-1,
    u(:, i)= - k*x(:, i);,
    x(:, i+1)=A*x(:, i)+B*u(:, i);
end

x1= x(1,:);
x2= x(2,:);
t = 0:SS:T-SS;

subplot(4, 1, 1);
plot(t, x1, 'b');
subplot(4, 1, 2);
plot(t, x2, 'g');

subplot(4, 1, 3);
plot(SS:SS:T-SS, u(1, :), 'y');

subplot(4, 1, 4);
plot(SS:SS:T-SS, u(2, :), 'r');

```

Результати обчислення такі: значення параметрів оптимального регулятора –

```

k =
    0.8229    -0.1771
    0.8229    -0.1771
p =
    3.7343    -1.4114
   -1.4114     1.1614
e =
    0.1771 + 0.1771i
    0.1771 - 0.1771i

```

графіки динаміки системи – рис. 8.3.

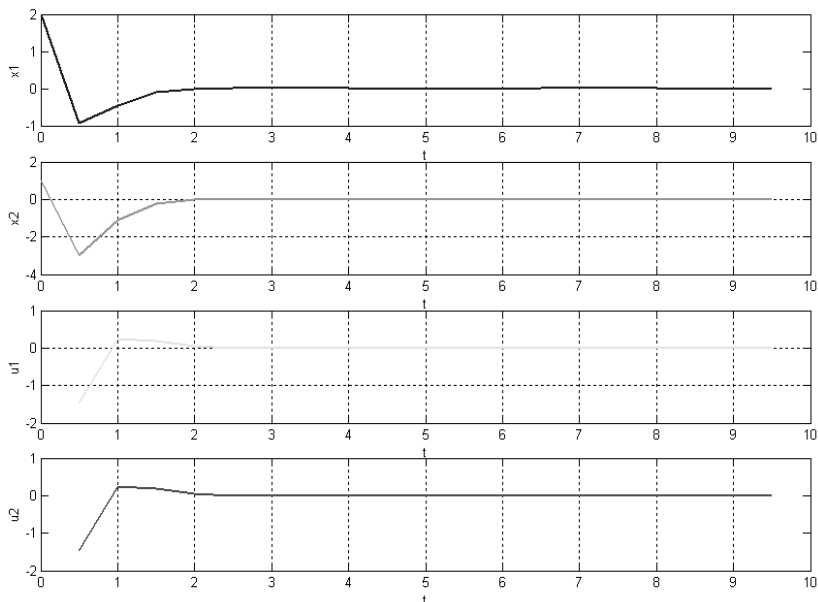


Рис. 8.3. Динаміка станів і управління: x_1 , x_2 , u_1 , u_2 .

На рис. 8.4 – 8.7 показаний інший приклад синтезу оптимального лінійного регулятора.

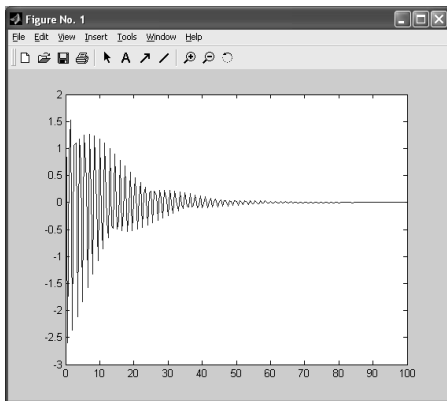


Рис. 8.4. $x^1(k)$

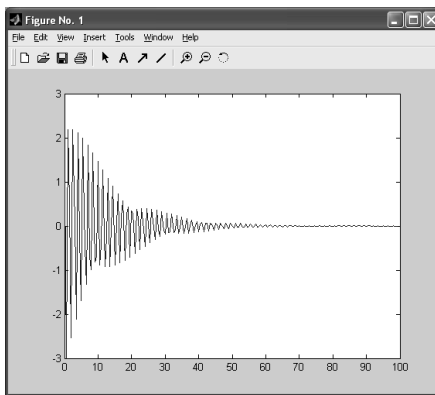


Рис. 8.5. $x^2(k)$

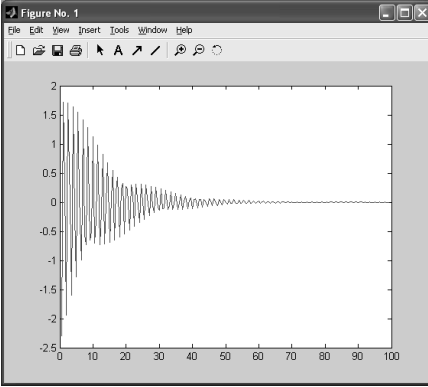


Рис. 8.6. $u^1(k)$

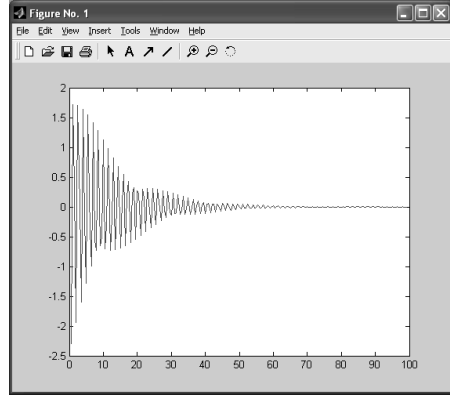


Рис. 8.7. $u^2(k)$

8.4 Варіанти завдань

Модель системи	Функціонал якості управління
$x_1(k+1) = 3x_1(k) - u_1(k) + 3u_2(k)$	$1. J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 3u_1^2(k) + 4u_2^2(k) + x_2^2(k)$
$1. x_2(k+1) = x_1(k) - x_2(k) + u_1(k)$	$2. J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 2u_1^2(k) + x_2^1(k) + 4x_2^1(k)$
$x_1(0) = 1, x_2(0) = 3$	$3. J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 2u_1^2(k) + 4u_2^2(k) + 8x_2^1(k) + 12x_2^1(k)$

Модель системи	Функціонал якості управління
2. $x_1(k+1) = x_1(k) + 2x_2(k) - 2u_1(k) - 3u_2(k)$ $x_2(k+1) = 2x_1(k) + x_2(k) - 4u_1(k) - u_2(k)$ $x_1(0) = 1, x_2(0) = 2$	1. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 7u_1^2(k) + u_2^2(k) + 5x_2^2(k)$
	2. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 2u_1^2(k) + 9x_2^1(k) + x_2^1(k)$
	3. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 u_1^2(k) + 4u_2^2(k) + 6x_2^1(k) + 8x_2^1(k)$
3. $x_1(k+1) = 2x_2(k) + x_1(k) - u_1(k)$ $x_2(k+1) = x_1(k) + 4x_2(k) - 2u_2(k)$ $x_1(0) = 1, x_2(0) = 1$	1. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 2u_1^2(k) + 4u_2^2(k) + x_2^2(k)$
	2. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 2u_1^2(k) + 3x_2^1(k) + 4x_2^1(k)$
	3. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 u_1^2(k) + 2u_2^2(k) + 3x_2^1(k) + 7x_2^1(k)$
4. $x_1(k+1) = x_1(k) - x_2(k) - u(k)$ $x_2(k+1) = 2x_1(k) + x_2(k) - 2u(k)$ $x_1(0) = 1, x_2(0) = 1$	1. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 4u^2(k) + 8x_2^2(k)$
	2. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 u^2(k) + x_2^1(k) + 4x_2^1(k)$
	3. $J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 3u^2(k) + 3x_2^1(k) + x_2^1(k)$

Зміст звіту

1. Титульний лист.
2. Найменування і ціль роботи.
3. Постановка задачі відповідно до варіанта.
4. Порядок і результати визначення обчислення матриць P і K .
5. Рівняння Белламана для розв'язуваної задачі.
6. Значення мінімальної величини функціонала якості управління.
7. Результати моделювання динаміки системи в числовому і графічному виді.
8. Аналіз результатів і висновки.

8.5 Контрольні питання і завдання

1. Сформулювати основну задачу оптимального управління.
2. Дати визначення критерію якості. Привести приклади критеріїв і дати їхню фізичну інтерпретацію.
3. Вивести необхідну умову оптимальності.
4. Показати, що для застосування методу необхідно, щоб система була стабілізуема.
5. Розробити в середовищі MATLAB інтерфейс для інтерактивної побудови регулятора з повним зворотним зв'язком.
6. З'ясувати вплив затримки при синтезі дискретного регулятора безупинної системи.

Додаток А

Зображення по Лапласу й оригінали

Зображення $L\{f(t)\}$	Оригінал $f(t)$
1	$\delta(t)$
$\frac{1}{S}$	$1(t)$
$\frac{1}{S^2}$	$t \cdot 1(t)$
$\frac{1}{T \cdot S + 1}$	$\frac{1}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$
$\frac{1}{S(T \cdot S + 1)}$	$1 - e^{-\frac{t}{T}}$
$\frac{1}{T^2 S^2 + 1}$	$\frac{1}{T} \sin \frac{1}{T} t$
$\frac{1}{S(T^2 S^2 + 1)}$	$1 - \cos \frac{1}{T} t$
$\frac{1}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}$	$\frac{1}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} + e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$
$\frac{1}{S(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}$	$1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}$
$\frac{1}{T^2 S^2 + 2\xi T S + 1}$	$C \cdot e^{-\gamma t} \sin \lambda t, \lambda = \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2},$ $C = \frac{1}{\lambda T^2}, \gamma = \frac{\xi}{T}$
$\frac{1}{S(T^2 S^2 + 2\xi T S + 1)}$	$1 - C \cdot e^{-\gamma t} \sin(\lambda t + \theta), \gamma = \frac{\xi}{T},$ $\lambda = \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2}, C = \frac{1}{\lambda T}, \theta = \arctg \frac{\lambda}{\gamma}$
$\frac{1}{S} \cdot e^{-\tau S}$	$1(t - \tau)$

Додаток Б

Відповідності між ґратчастими функціями і їхніми зображеннями (Z-перетворення)

Ориґінал	Зображення
$f[n], n \geq 0$	$Z\{f[n]\}$
$1[n] = \begin{cases} 0 & \text{при } n < 0 \\ 1 & \text{при } n \geq 0 \end{cases}$	$\frac{z}{z-1}$
n	$\frac{z}{(z-1)^2}$
n^2	$\frac{z}{(z-1)^3}(z+1)$
a^n	$\frac{z}{z-a}$
$e^{-\alpha n}$	$\frac{z}{z-e^{-\alpha}}$
$\frac{1-e^{\alpha n}}{1-e^\alpha}$	$\frac{z}{(z-e^\alpha)(z-1)}$
$\frac{1-e^{\alpha(n-1)}}{1-e^\alpha}$	$\frac{z^2}{(z-e^\alpha)(z-1)}$
$\sin \bar{a} n$	$\frac{z \sin \bar{a}}{z^2 - 2z \cos \bar{a} + 1}$
$\cos \bar{a} n$	$\frac{z(z - \cos \bar{a})}{z^2 - 2z \cos \bar{a} + 1}$

Список літератури

1. *Крутов В.И.* Сборник задач по автоматическому регулированию двигателей внутреннего сгорания: Учеб. пособие для студентов вузов по специальности "Двигатели внутреннего сгорания". – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1990. – 320 с.

2. *Кубрак А.И., Ярощук Л.Д.* Програмування та розрахунок автоматичних систем. – К.: Вища школа, 1992. – 366 с.

3. *Михайлов В.С.* Теория управления. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1988. – 312 с.

4. *Никольчев Е.В.* Практикум по теории управления в среде MATLAB: Учеб. пособие. – М.: МГАПИ, 2002. – 88 с.

5. *Семенов В.В., Пантелеев А.В., Бортковский А.С.* Математическая теория управления в примерах и задачах: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МАИ, 1997. – 264 с.

6. *Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского.* – М.: Наука, 1987.

7. *Тютюник А.Г.* Оптимальні і адаптивні системи автоматичного керування: Навч. посібник. – Житомир: ЖІТІ, 1998. – 512 с.

8. *Душин В.К.* Теоретические основы информационных процессов и систем: Учебник. – Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2003. – 348 с.

9. *Никифоров А.Д., Ковшов А.Н., Назаров Ю.Ф.* Процессы управления объектами машиностроения: Учеб. пособие для машиностроит. Спец. Вузов. – М.: Высшая школа, 2001. – 455 с.

10. *Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. Т.1: Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егунова.* – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748 с.

11. *Пупков К.А., Егунов Н.Д., Трофимов А.И.* Статистические методы анализа, синтеза и идентификации систем автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егунова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 684 с.

12. *Случайные процессы в системах управления / Под ред. М.П. Семесенко.* – К.; Донецк: Вища шк. Головное изд-во, 1986. – 192 с.

13. *Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем / К.А. Пупков, Н.Д. Егунов, А.М. Макаренко, А.И. Трофимов.* – М.: Физматлит, 2003. – 400 с.

Зміст

Вступ	3
1. Лабораторна робота № 6. Тема: Цифрові системи управління	5
2. Лабораторна робота № 7. Тема: Дослідження нелінійних динамічних систем методом фазових траєкторій	13
3. Лабораторна робота № 8. Тема: Синтез оптимального управління з повним зворотним зв'язком	20
Додаток А.....	34
Додаток Б.....	35
Список літератури.....	36

Навчальне видання

ПРИХОДЬКО Сергій Борисович
ШНЕЙДЕР Олена Борисівна
ЛАТАНСЬКА Людмила Олексіївна

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт з дисципліни
"Сучасна теорія управління"
Частина 2
(українською мовою)

Комп'ютерна правка та верстка А.Й. Лихіна
Коректор М.О. Паненко

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

Підписано до друку 05.02.09. Папір офсетний. Формат 60×84/16.
Друк офсетний. Гарнітура "Таймс". Ум. друк. арк. 2,1. Обл.-вид. арк. 2,3.
Тираж 100 прим. Вид. № 28. Зам. № 130. Ціна договірна

Видавець і виготівник Національний університет кораблебудування,
54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5

ДЛЯ ПОДАТОК

A series of 25 horizontal lines for taking notes, arranged in a single column.