

УДК 621.825.56
С 12

СНИЖЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В ЗУБЧАТЫХ МУФТАХ*

О. И. Савенков, асп.

Национальный университет кораблестроения, г. Николаев

Аннотация. Разработаны уравнения упругих изгибающих моментов в зубчатой муфте А. П. Попова со смещенными зубьями в осевом направлении. Показано, что за счет смещения зубьев в осевом направлении величина результирующего изгибающего момента может быть уменьшена в два и более раз.

Ключевые слова: зубья, муфта, трансмиссия, перекос осей, изгибающий момент, неуравновешенные усилия.

Анотація. Розроблено рівняння пружних згинальних моментів у зубчастій муфті О. П. Попова зі зміщеними зубами в осьовому напрямку. Показано, що в результаті зсуву зубів в осьовому напрямку величина результируючого згинального моменту може бути зменшена в два і більше разів.

Ключові слова: зуби, муфта, трансмісія, перекіс осей, згинальний момент, невірноважені зусилля.

Abstract. The equations of the elastic bending moments in the A. P. Popov gear clutch with displaced teeth in an axial direction are developed. It is shown, that due to the teeth displacement in an axial direction the size of bending moment can be reduced in two and more times.

Keywords: teeth, gear clutch, transmission, misalignment of axes, bending moment, unbalanced forces.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

При проектировании трансмиссий, подверженных в результате эксплуатации значительным изломам и смещениям, что наиболее характерно для судов на подводных крыльях и воздушной подушке, остро стоит вопрос о компенсации указанных расцентровок осей, так как в противном случае трансмиссии неработоспособны. Разработка и создание зубчатых муфт, компенсирующих дополнительные силовые

факторы в виде упругих изгибающих моментов, обусловленных действием сил трения и неуравновешенных усилий вследствие расцентровок осей, которые оказывают отрицательное влияние на работу элементов трансмиссий и самих трансмиссий в целом, является актуальной проблемой. Указанная проблема — неразрывная составная часть существующих научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые муфты.

* Работа выполнена под научным руководством д-ра техн. наук, проф. А. П. Попова.

АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ И ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Основой для успешного решения данной проблемы является разработка новых конструкций зубчатых муфт [1–5] и проведение теоретических исследований, направленных на уменьшение влияния дополнительных силовых факторов на работу трансмиссий, что предопределяет надежность и эффективность эксплуатации систем и агрегатов двигателей и энергетических установок.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ — показать существенное снижение вредного влияния упругих изгибающих моментов на работу трансмиссии и самой трансмиссии в целом, возникающих в зубчатой муфте А. П. Попова от действия сил трения и неуравновешенных усилий, с учетом смещения в осевом направлении наружных бочкообразных зубьев втулки относительно внутренних прямых зубьев обоймы.

$$F_n = \frac{\pi F_t}{2\gamma \cos \alpha_w} - \left(\frac{\alpha R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \alpha(2-\alpha) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin 2\gamma}{4\gamma} - \cos^2 \varphi \right) + [R_1 \alpha^2 (1-\alpha) \cos \alpha_w] \frac{\psi^2}{\delta_\Sigma} \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} - \cos \varphi \right) + \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} \left(\frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} - \sin 2\gamma \right), \quad (2)$$

где F_t — окружное усилие, действующее на любую сопряженную пару зубьев при отсутствии перекоса осей; δ_Σ — податливость сопряженной пары зубьев; ψ — угол перекоса осей; α_w — угол зацепления зубьев; R_1 — радиус бочкообразности наружных зубьев в традиционной зубчатой муфте; $\alpha = R_0/R_1$ — коэффициент; R_0 — радиус бочкообразности зубчатой муфты А. П. Попова,

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

В данной работе исследуются упругие изгибающие моменты для одного из вариантов зубчатой муфты А. П. Попова [4] и проводится анализ их эффективности на основе сравнений с традиционной конструкцией. Выражение элементарного упругого изгибающего момента от сил трения имеет вид [6]:

$$dM_{тр} = \frac{2rzf_{тр}}{\pi} F_n(\varphi) \cos \varphi, \quad (1)$$

где $r = mz/2$ — радиус делительной окружности зубчатой муфты; m — модуль зацепления; z — число зубьев; $f_{тр}$ — коэффициент трения; φ — угол поворота сопряженной пары зубьев; $F_n(\varphi)$ — функция распределения нормальных усилий между зубьями при перекосе осей.

Функция $F_n(\varphi)$ выражается следующим образом [7]:

определяемый из условия сохранения контракта цилиндра с плоскостью при смещении наружных зубьев в осевом направлении на величину l (рис. 1), причем $R_0 < R_1$, так как $0 < \alpha < 1$; γ — параметрический угол, в пределах которого при вращении зубчатой муфты зубья находятся в зацеплении.

Для определения угла γ можно воспользоваться трансцендентным уравнением [7]:

$$F_t = \frac{2 \cos \alpha_w}{\pi \delta_\Sigma} \left\{ \left(\frac{\alpha R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (2-\alpha) \left[\frac{\gamma}{2} + \left(\frac{\sin 2\gamma}{2} - \gamma \cos \gamma \right) \cos \gamma \right] - [R_1 \alpha^2 (1-\alpha) \cos \alpha_w] \psi^2 (\sin \gamma - \gamma \cos \gamma) - \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} (\sin \gamma - 2\gamma \cos \gamma) \sin \gamma \right\}.$$

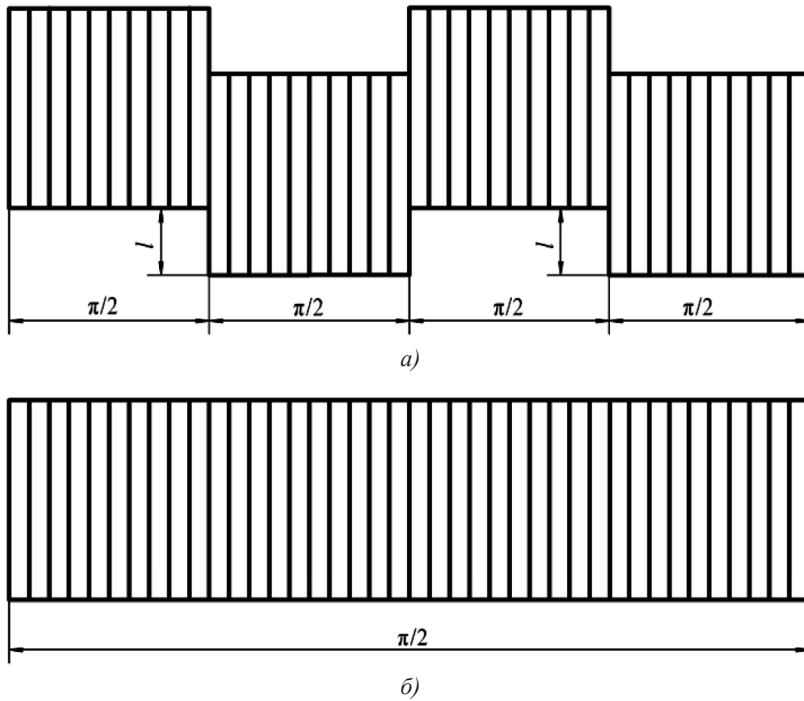


Рис. 1. Развертки делительных цилиндров: втулки (а) и обоймы (б)

Подставив функцию (2) в уравнение (1), запишем выражение упругого изгибающего момента от действия сил трения на зубьях вследствие их относительного перемещения, вызванного перекосом осей, а именно:

$$M_{тр} = A \int_0^\gamma \left[\frac{C}{\gamma} - D \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin 2\gamma}{4\gamma} - \cos^2 \varphi \right) + E \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} - \cos \varphi \right) + K \left(\frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} - \sin^2 \varphi \right) \right] \cos \varphi d\varphi, \quad (3)$$

где

$$A = \frac{2rzf_{тр}}{\pi}; \quad C = \frac{\pi F_t}{2 \cos \alpha_w}; \quad D = \left(\frac{\alpha R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{\delta_\Sigma} \alpha(2-\alpha);$$

$$E = [R_1 \alpha^2 (1-\alpha) \cos \alpha_w] \frac{\psi^2}{\delta_\Sigma}; \quad K = \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma}.$$

Интегралы, входящие в правую часть выражения (3), имеют следующий вид:

$$I_1 = L_1(\gamma) = \frac{1}{\gamma} \int_0^\gamma \cos \gamma d\varphi = \frac{\sin \gamma}{\gamma};$$

$$L_2(\gamma) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin 2\gamma}{4\gamma} \right) \int_0^\gamma \cos \varphi d\varphi - \int_0^\gamma \cos^3 \varphi d\varphi = \left(\frac{\sin 2\gamma}{4\gamma} + \frac{\sin^2 \gamma}{3} - \frac{1}{2} \right) \sin \gamma;$$

$$I_3 = L_3(\gamma) = \frac{\sin \gamma}{\gamma} \int_0^\gamma \cos \varphi d\varphi - \int_0^\gamma \cos^2 \varphi d\varphi = \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} + \frac{\cos \gamma}{2} \right) \sin \gamma - \frac{\gamma}{2};$$

$$I_4 = L_4(\gamma) = \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} \int_0^\gamma \cos \varphi d\varphi - 2 \int_0^\gamma \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{\sin^3 \gamma}{\gamma} - \frac{2}{3} (1 - \cos^3 \gamma).$$

После подстановки в уравнение (3) чим выражение упругого изгибающего мо-
выражений постоянных величин $A, C, D,$ мента от действия сил трения для случая,
 E и $K,$ а также значений интегралов $I_1...I_4,$ когда при перекосе осей зубья в отдельные
описанных функциями $L_1(\gamma)...L_4(\gamma),$ полу- промежутки времени выходят из зацепления:

$$M_{\text{тр}} = \frac{2rzf_{\text{тр}}}{\pi} \left\{ \frac{\pi F_t}{2 \cos \alpha_w} L_1(\gamma) - \left(\frac{\alpha R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \alpha(2-\alpha)L_2(\gamma) + \right. \\ \left. + [R_1\alpha^2(1-\alpha)\cos\alpha_w] \frac{\psi^2}{\delta_\Sigma} L_3(\gamma) + \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} L_4(\gamma) \right\}. \quad (4)$$

Если при вращении зубчатой муфты зубья постоянно находятся в зацеплении, то необходимо в функциях $L_1(\gamma)...L_4(\gamma)$ принять угол $\gamma = \pi/2$. В результате выраже-
ние (4) примет вид

$$M_{\text{тр}} = \frac{2rzf_{\text{тр}}}{\pi} \left\{ \frac{\pi F_t}{2 \cos \alpha_w} + \left(\frac{\alpha R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{12\delta_\Sigma} \alpha(2-\alpha) - \right. \\ \left. - [R_1\alpha^2(1-\alpha)\cos\alpha_w] \frac{(\pi^2-8)\psi^2}{4\pi\delta_\Sigma} - \frac{(2\pi-6)mz\psi^2}{24\pi\delta_\Sigma} L_4(\gamma) \right\}. \quad (5)$$

Упругий изгибающий момент от действия неуравновешенных усилий выража-
ется зависимостью [6]

$$M_{\text{тр}} = \frac{z}{\pi} \int_0^\gamma F_n(\varphi) b(\varphi) \cos \varphi d\varphi, \quad (6)$$

где $b(\varphi)$ — расстояние, в пределах которого происходит перемещение действующей
силы $F_n(\varphi),$ равное $2\alpha R_1 \psi \cos \psi.$

После подстановки в уравнение (6) значений функций $F_n(\varphi)$ и $b(\varphi)$ запишем:

$$M = B \int_0^\gamma \left[\frac{C}{\gamma} - D \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin 2\gamma}{4\gamma} - \cos^2 \varphi \right) + E \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} - \cos \varphi \right) + \right. \\ \left. + K \left(\frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} - \sin 2\varphi \right) \right] \cos^2 \varphi d\varphi, \quad (7)$$

где $B = 2\alpha R_1 \psi z / \pi.$

Определим интегралы, входящие в правую часть уравнения (7):

$$\begin{aligned}
 I_5 = L_5(\gamma) &= \frac{1}{\gamma} \int_0^\gamma \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \right); \\
 I_6 = L_6(\gamma) &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \right) \int_0^\gamma \cos^2 \varphi d\varphi - \int_0^\gamma \cos^4 \varphi d\varphi = \\
 &= \frac{1}{4} \left\{ \left(1 + \frac{\sin 2\gamma}{2} \right) \left(\gamma + \frac{\sin 2\gamma}{2} \right) - \left[\frac{3\gamma}{2} + \left(1 + \frac{\cos 2\gamma}{4} \right) \sin 2\gamma \right] \right\}; \\
 I_7 = L_7(\gamma) &= \frac{\sin \gamma}{\gamma} \int_0^\gamma \cos^2 \varphi d\varphi - \int_0^\gamma \cos^3 \varphi d\varphi = \left[\frac{1}{4\gamma} \left(\gamma + \frac{\sin 2\gamma}{2} \right) + \frac{\sin^2 \gamma}{3} - 1 \right] \sin \gamma; \\
 I_8 = L_8(\gamma) &= \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} \int_0^\gamma \cos^2 \varphi d\varphi - 2 \int_0^\gamma \cos^3 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\sin 2\gamma}{2} \right) \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} + \cos^4 \gamma - 1 \right].
 \end{aligned}$$

С учетом интегрирования выражение (7) примет вид

$$\begin{aligned}
 M = \frac{2\alpha R_1 \psi z}{\pi} \left\{ \frac{\pi F_t}{2 \cos \alpha_w} L_5(\gamma) - \left(\frac{\alpha R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \alpha(2-\alpha) L_6(\gamma) + \right. \\
 \left. + [R_1 \alpha^2 (1-\alpha) \cos \alpha_w] \frac{\psi^2}{\delta_\Sigma} L_7(\gamma) + \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} L_8(\gamma) \right\}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Для $\gamma = \pi/2$ зависимость (8) выразится следующим образом:

$$\begin{aligned}
 M = \frac{2\alpha R_1 \psi z}{\pi} \left\{ \frac{\pi F_t}{\cos \alpha_w} + \left(\frac{\alpha R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{8\delta_\Sigma} \alpha(2-\alpha) - \right. \\
 \left. - [R_1 \alpha^2 (1-\alpha) \cos \alpha_w] \frac{5\psi^2}{3\pi\delta_\Sigma} - \frac{(\pi-2)mz\psi^2}{4\pi^2\delta_\Sigma} \right\}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Изгибающий момент от действия неуравновешенных усилий действует в плоскости перекоса осей. Изгибающий момент от сил трения можно разложить на две составляющие, одна из которых действует в плоскости перекоса

осей, а другая — в плоскости, перпендикулярной плоскости перекоса осей. В соответствии с этим результирующий упругий изгибающий момент от действия неуравновешенных усилий и сил трения определяется из выражения

$$M_\Sigma = \sqrt{(M + M_{тр} \sin \alpha_w)^2 + M_{тр}^2 \cos^2 \alpha_w}. \quad (10)$$

Анализ приведенных выражений упругих изгибающих моментов выполним на основе конкретной конструкции традиционной зубчатой муфты, у которой $F_m = 3 \cdot 10^3$ Н; $R_1 = 3,3$ м;

$\psi = 5 \cdot 10^{-3}$ рад; $m = 5 \cdot 10^{-3}$ рад; $z = 60^\circ$; $\alpha_w = 20^\circ$; $f_{тр} = 0,05$; $\delta_\Sigma = 6,25 \cdot 10^{-9}$ м/Н.

В работе [7] показано, что применительно к данной муфте при $\alpha = 0,7$ ее нагрузочная способность возросла более

чем на 40%, а величина контактных напряжений осталась на прежнем уровне. При $\alpha = 0,5$ нагрузочная способность возросла уже более чем на 60%, однако при этом увеличились и контактные напряжения примерно на 9%. Таким образом, анализ расчетных данных будем проводить при $\alpha = 0,5$ и $0,7$.

Кроме того, установлено, что как в традиционной, так и в рассматриваемой

зубчатых муфтах зубья постоянно находятся в зацеплении, в связи с чем в качестве исходных при анализе будут использованы уравнения (5) и (9). Если в этих уравнениях принять коэффициент $\alpha = 1$, что характеризует отсутствие смещения наружных зубьев в осевом направлении, то уравнения (5) и (8) будут характеризовать традиционную конструкцию зубчатой муфты, и они имеют вид [6]:

$$M_{\text{тр}} = \frac{2rzf_{\text{тр}}}{\pi} \left[\frac{F_t}{\cos \alpha_w} + \left(\frac{R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{12\delta_\Sigma} - \frac{(2\pi - 6)mz\psi^2}{24\pi\delta_\Sigma} \right]; \quad (11)$$

$$M = \frac{R_1\psi z}{2} \left[\frac{F_t}{\cos \alpha_w} + \left(\frac{R_1}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{8\delta_\Sigma} - \frac{(\pi - 2)mz\psi^2}{4\pi^2\delta_\Sigma} \right]. \quad (12)$$

Расчетные данные по упругим изгибающим моментам приведены в таблице 1, из которой очевидно, что при $\alpha = 0,5$ момент M_Σ в зубчатой муфте А.П. Попова уменьшается в 2,654 раза по сравнению с традиционной конструкцией, а при $\alpha = 0,7$ — в 2,148 раза. Из таблицы

также следует, что наибольший эффект при снижении момента M_Σ достигается за счет уменьшения составляющей момента M от действия неуравновешенных усилий. Влияние составляющей момента $M_{\text{тр}}$ на величину момента M_Σ менее существенно, чем влияние M .

Таблица 1

α	$M_{\text{тр}}$	M	M_Σ	$\frac{M_{\text{тр}}(\alpha=1)}{M_{\text{тр}}(\alpha_i)}$	$\frac{M(\alpha=1)}{M(\alpha_i)}$	$\frac{M_\Sigma(\alpha=1)}{M_\Sigma(\alpha_i)}$
	Н·м					
0,5	0,970	735	1404	1,283	3,290	2,664
0,7	1033	1092	1741	1,205	2,214	2,148
1,0	1245	2418	3740	1,000	1,000	1,000

ВЫВОДЫ

1. Разработаны уравнения упругих изгибающих моментов, возникающих в зубчатой муфте А.П. Попова от действия сил трения и неуравновешенных усилий, с учетом смещения в осевом направлении наружных бочкообразных зубьев относительно внутренних прямых зубьев.

2. Показано, что за счет смещения наружных зубьев в осевом направлении

относительно внутренних зубьев можно добиться существенного снижения вредного влияния упругих изгибающих моментов на работу трансмиссии и самой трансмиссии в целом. Так, например, величина результирующего упругого изгибающего момента в зубчатой муфте А.П. Попова может быть в два и более раза меньше таковой по сравнению с традиционной конструкцией муфты.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **А.с. 1216470 СССР.** Зубчатая муфта [Текст] / А.П. Попов (СССР). – 3700322/24–27 ; заявл. 13.04.84 ; опубл.07.03.86, Бюл. № 9.
- [2] **А.с. 1393945 СССР.** Зубчатая муфта А.П. Попова [Текст] / А.П. Попов (СССР). – 4089604/31–27 ; заявл. 25.02.86 ; опубл. 07.05.88, Бюл. № 17.
- [3] **А.с. 1504394 СССР.** Зубчатая муфта [Текст] / А.П. Попов (СССР). – 4089604/31–27 ; заявл. 09.07.86 ; опубл. 30.08.89, Бюл. № 32.
- [4] **А.с. 1587243 СССР.** Зубчатая муфта [Текст] / А.П. Попов – 44415191/31–27 ; заявл. 15.06.88 ; опубл. 23.08.90, Бюл. № 31.
- [5] **А.с. 1695009 СССР.** Зубчатая муфта [Текст] / А.П. Попов (СССР).–4710770/27 ; заявл. 26.06.89 ; опубл. 30.11.91, Бюл. № 44.
- [6] **Попов, А. П.** Зубчатые муфты в судовых агрегатах [Текст] / А. П. Попов — Л. : Судостроение, 1985. — 240с.
- [7] **Попов, А. П.** Экспериментальное исследование изгибающих моментов в зубчатой муфте с продольной модификацией зубьев [Текст] / А. П. Попов, О. И. Савенков // Вестник Инженерной академии Украины. — 2011. — № 1. — С. 219–225.